

HTKK, TTKK, LTKK, OY, ÅA/Insinööritosastot
Valintakuulustelujen matematiikan koe 5.6.1990, Sarja A

1. Yritys harkitsee investointia, josta aiheutuu kustannuksia keskimäärin 100 000 mk/v. Tuottoja investoinnista arvioidaan saatavan korkeasuhdanteen aikana 180 000 mk/v ja matalasuhdanteen aikana 110 000 mk/v. Investointia pidetään kannattavana, jos vuotuiset tuotot ovat 30% suuremmat kuin vuotuiset kustannukset. Mikä on korkeasuhdennevuosien vähintään oltava, jotta investointi olisi kannattava pitkällä aikavälillä?
2. Määritä se xy -tason piste P , joka on yhtä etäällä pisteistä $(1,2)$, $(3,4)$ ja $(5,3)$. Ilmoita P :n koordinaattien tarkat arvot.
3. Käytettävissä on suora kulma. Kulman toisella puolella käytävän leveys on 1,35 m ja toisella puolella 3,20 m. Kulman molemmin puolin käytävän osat ovat tasaleveät ja suorat. Käytävän korkeus on 2,50 m. Määritä sellaisen ohuen, suoran tangon enimmäispituus, joka voidaan kuljettaa kulman ohi. Ilmoita vastaus 1 cm:n tarkkuudella.
4. Osoita, että jos derivoituville funktioille $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on voimassa
 - i) $0 < f(x) < 1 - g(x)$
 - ii) $|g'(x)| < f'(x)$jokaisella $x \in \mathbb{R}$, niin funktio

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - g(x)}$$

on kasvava.

5. Verotusjärjestelmässä A vero on 39 % 100 000 mk:n tuloon asti ja 48 % 100 000 mk:n ylittävältä osalta. Verotusjärjestelmässä B vero on 32 % 120 000 mk:n tuloon asti ja 58 % 120 000 mk:n ylittävältä osalta. Missä tulorajoissa järjestelmä A on verovelvolliselle edullisempi kuin järjestelmä B ?
6. Määritä

$$\frac{d}{dx} \int_1^{1+x^2} \frac{3t+4}{5t-2} dt.$$