

1. Newtonin jäähtymislain mukaan jäähtyvän kappaleen lämpötila  $T$  ajan  $t$  funktiona on

$$T = T_0 + Ce^{-kt},$$

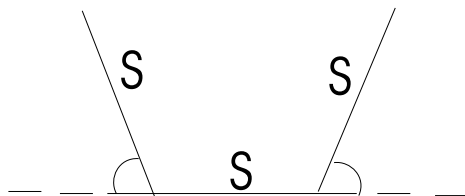
missä  $T_0$  on ympäristön lämpötila sekä  $C$  ja  $k$  positiivisia vakioita. Alussa kappaleen lämpötila on  $100\text{ }^\circ\text{C}$  ja 20 minuutin jäähtymisen jälkeen  $60\text{ }^\circ\text{C}$ . Minkä lisäajan kuluttua kappaleen lämpötila on  $30\text{ }^\circ\text{C}$ ? Ympäristön lämpötila on  $20\text{ }^\circ\text{C}$ .

2. Vähittäiskaupassa myydään banaaneja 250 kg viikossa, kun myyntihinta on 10 mk/kg. Kauppias maksaa banaaneista 6 mk/kg. Mikä myyntihinta antaa suurimman nettomyyntitulon kun jokainen 0,20 mk:n hinnanalennus kilolta nostaa (ja vastaavasti jokainen 0,20 mk:n hinnankorotus kilolta laskee) viikomyyntiä 20 kg?
3. Määritä (suhteellisuusteorian mukaisen liike-energian) raja-arvo

$$\lim_{c \rightarrow \infty} mc^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right],$$

kun  $m$  ja  $v$  ovat vakioita.

4. Suorakaiteen muototoisesta pellistä taivutetaan ränni, jonka poikkeusleikkaus on puolisuunnikas. Puolisuunnikkaassa kolme sivua ovat yhtä pitkät (pituus on  $s$ ) ja erisuuntaisten sivujen välinen kulma on  $\alpha$  (kts. kuva). Miten kulma  $\alpha$  on valittava, jotta poikkileikkauksen pinta-ala (ja näin myös rännin tilavuus) tulisi mahdollisimman suureksi?



5. Täsmälleen kolmen kärkipisteen kautta kulkeva taso jakaa kuution kahteen osaan. Määritä osien tilavuuksien suhde.

6. Perjantai-iltana saapuu pääkaupunkiseudulat H:n kaupunkiin läpikulku-  
matkalla olevia viikonloppunviettäjiä seuraavan jakauman mukaisesti

$$f(t) = \begin{cases} 8 + t/10, & \text{kun } 0 \leq t \leq 120 \\ 24 - t/30, & \text{kun } 120 < t \leq 480. \end{cases}$$

Tässä  $t$  tarkoittaa aikaa minuutteina laskettuna klo 16.00:sta, ja  $f$ :n yksikkönä on autoa/minuutti. H:n kaupungissa on nopeusrajoituksia ja liikennevaloja, joiden johdosta kaupungin voi läpäistä enintään 630 autoa tunnissa. Oletetaan, että autoilija saapuu ruuhkaan

- a) klo 18.00,
- b) juuri kun ruuhka on pahimmillaan.

Määritä kummassakin tapauksessa, kuinka kauan autoilijalta kuluu ruuhkassa ennen kun hän pääsee ajamaan H:n läpi (Muu kuin yllämainittu viikonloppuliikenne jätetään huomioitta.)