

1. Määritä suorakulmiosta

$$\{(x, y) | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 9\}$$

sen osan pinta-ala, jossa  $y \leq e^{2x}$ .

2. Kaksi meluisaa diskoa ovat 300 m päässä toisistaan. Missä kohdassa diskoja yhdistävällä suoralla kadulla on hiljaisinta, kun toisen diskon äänenvoimakkuus on 4 kertaa toisen äänenvoimakkuus? Tehtävässä oletamme, että äänenvoimakkuus melulähteen ulkopuolella on kääntäen verrannollinen lähteen etäisyyden neliöön. Anna vastaus metrin tarkkuudella.
3. Pankin asiakaspalvelussa on kaksi virkailijaa, joista kumpikin on keskimäärin 51 minuuttia tunnista varattuna ja lopun ajasta vapaana palvelemaan saapuvia asiakkaita. Tiedämme lisäksi, että keskimäärin 47 minuuttia tunnista molemmat virkailijat ovat yhtäaikaaisesti varattuina. Pankkiin saapuu samalla hetkellä kaksi asiakasta. Mikä on todennäköisyys, että kummankaan ei tarvitse odottaa palvelua?
4. Lentokonetta, joka lentää vakionopeudella tasaisen alueen yläpuolella, seurataan kahdesta havaintopaikasta, pisteistä A ja B. Eräällä hetkellä kone on suoraan itään pisteestä A ja luoteeseen pisteestä B. Pisteessä B mitataan myös koneen korkeuskulma, joksi saadaan  $26,0^\circ$ . Minuuttia myöhemmin kone on pisteestä A etelään ja pisteestä B länteen. Sen korkeuskulmaksi pisteessä B havaitaan nyt  $21,0^\circ$ . Määritä lentokoneen käyttämä lentokorkeus ja vauhti, kun pisteiden A ja B välimatka on 21,6 km.
5. Superpallo, joka pudotetaan lattialle, pomppii koskettaen lattiaa ajanhetkinä  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ). Jos hetkellä  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) pallon törmäysnopeus lattiaan on  $v_i^-$  ja kimmahdusnopeus lattiasta  $v_i^+$ , voidaan olettaa (kun ilmanvastus jätetään ottamatta huomioon), että  $v_i^+ = v_{i+1}^-$  ja että  $t_{i+1} - t_i = kv_i^+$ , missä  $k$  on vakio. Laske, kuinka kauan pallo pomppii ajanhetken  $t_1$  jälkeen, kun jokaisessa lattiaan törmäyksessä pallo menettää 5 % liike-energiastaan ja kun ensimmäinen pomppu kestää ajan  $t_2 - t_1 = 0,6$  s. Ilmoita vastaus sekunteina yhden desimaalin tarkkuudella. (Liike-energian kaava on  $E = \frac{1}{2}mv^2$ .)
6. Terraariossa elää kaksi hyönteislajia, joilla kummallakin sukupolven ikä on yksi vuorokausi. Hyönteisten elinkaari on sellainen, että aamulla aikuiset kuoriutuvat koteloista ja munivat pian, puoleenpäivään mennessä

toukat syntyvät, ja illalla toukat koteloituvat ja aikuiset kuolevat. Kummankin lajin aikuisten lukumäärät vaihtelevat kolmen päivän jaksoissa seuraavasti:

laji	1. päivä	2. päivä	3. päivä
<i>A</i>	112	133	91
<i>B</i>	35	49	28

Neljäntenä päivänä lukumäärät ovat samat kuin ensimmäisenä, viidentenä samat kuin toisena jne. On luonnollista olettaa, että syntyvien toukkien lukumäärä on suoraan verrannollinen lajin aikuisten määrään. Lisäksi tiedetään, että *B*-lajin aikuiset syövät *A*-lajin toukkia. Tällöin (kun tarkastellaan *A*- ja *B*-lajin aikuisten lukumääriä  $A_n$  ja  $B_n$  eri sukupolvissa  $n$ ), voidaan ajatella, että peräkkäisissä sukupolvissa *A*-lajin aikuisten lukumäärät noudattavat mallia

$$A_{n+1} = aA_n + bB_n \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Toteuttaako havaintoaineisto mallin, ts. voidaanko vakiot  $a$  ja  $b$  valita siten, että malli on yhteensopiva havaintoaineiston kanssa? Minkä tiedon vakio  $b$  sisältää? Voidaanko *B*-lajin aikuisten lukumäärien vaihtelua selittää vastaavasti mallilla

$$B_{n+1} = cB_n + dA_n?$$