

HTKK, TTKK, LTKK, OY, ÅA/Insinööriosastot
Valintakuulustelujen matematiikan koe 29.5.1996

1. Vuoden alussa otetaan laina, jonka vuotuinen korkokanta on $9,2\%$. Vuoden lopussa lainan korko liitetään lainaan kasvattamaan velan määrää. Näin jatketaan laina-ajan toisena ja kolmantena vuotena. Mikä on alkuperäinen lainapääoma, kun kolmannen vuoden lopussa koko velka, so. laina ja kertyneet korot, maksetaan takaisin $42350,50$ markalla? Anna vastaus täysinä markkoina.
2. Määritä vakio $a > 0$ siten, että y -akselin, käyrän $y = e^{ax}$ ja suoran $y = e^5$ rajaaman äärellisen alueen pinta-ala on 4. Anna tarkka vastaus.
3. Ilmastointikanava on pitkä suora putki. Sen poikkileikkaus on puolisuunnikas, jonka kolme sivua ovat $0,17$ m pitkiä. Mikä on neljännen sivun pituuden oltava, jotta kanavan tilavuus olisi mahdollisimman suuri? Anna vastaus kahden desimaalin tarkkuudella.
4. Veden suhteen vakionopeudella liikkuva moottorivene ja vapaasti virran mukana lipuva lautta lähtevät samaan aikaan samasta paikasta alas jokea, joka virtaa tasaisella nopeudella. Kuljettuaan 96 km moottorivene kääntyy takaisin. Paluumatkalla moottorivene sivuuttaa lautan 24 km:n päässä lähtökohdasta ja saapuu lähtökohtaan 14 tunnin kuluttua lähdöstä. Mikä on veden virtaamisnopeus joessa? (Moottoriveneen kääntymiseen kuluu aikaa ei oteta huomioon.)
5. EY on määrännyt ylärajan sähkömagneettista säteilyä lähettävien laitteiden aiheuttaman magneettikentän voimakkuudelle. Seuraavassa taulukossa on esitetty muutamille taajuuksille sallitut magneettikentän voimakkuudet, ns. P -arvoina, 10 metrin päässä laitteesta.

Taajuus (Hz)	P
$10,0 \cdot 10^3$	25,0
$20,0 \cdot 10^3$	22,0
$30,0 \cdot 10^3$	20,5
$40,0 \cdot 10^3$	18,3
$50,0 \cdot 10^3$	17,5
$100 \cdot 10^3$	15,2
$200 \cdot 10^3$	12,2
$300 \cdot 10^3$	10,5
$400 \cdot 10^3$	9,30
$500 \cdot 10^3$	8,50

Näille taajuuksille P -arvoja vastaavat magneettikentän magneettivuon tiheydet B mikrotresloina (μT), 10 metrin päässä laitteesta, saadaan muunnoskaavalla

$$P = 20 \lg(B).$$

Muille etäisyyksille magneettivuon tiheys voidaan laskea sillä perusteella, että se on kääntäen verrannollinen säteilyn lähteestä mitatun etäisyyden kolmanteen potenssiin. Määritä yläraja laitteen aiheuttamalle magneettivuon tiheydelle 4 metrin päässä laitteesta, kun laite lähettää sähkömagneettista säteilyä taajuudella 200 000 Hz. Anna vastaus mikrotresloina yhden yksikön tarkkuudella.

6. r -säteiset ympyrät A ja B sivuavat toisiaan pisteessä S ja suoraa l pisteissä S_0^A ja S_0^B . Ympyröiden A ja B väliin, alueeseen $SS_0^A S_0^B$ konstruoidaan ensiksi ympyrä C_1 siten, että se sivuaa kumpaakin ympyrää A ja B (sanokaamme pisteissä S_1^A ja S_1^B) sekä suoraa l . Ympyrä C_2 konstruoidaan ympyröiden A , B ja C_1 väliin, alueeseen $SS_1^A S_1^B$ siten, että se sivuaa sekä ympyröitä A ja B (sanokaamme pisteissä S_2^A ja S_2^B) että ympyrää C_1 . Yleisesti, jos S_k^A ja S_k^B ovat jo konstruoidun ympyrän C_k ja ympyröiden A ja B sivuamispisteet, ympyrä C_{k+1} ($k = 1, 2, \dots$) konstruoidaan ympyröiden A , B ja C_k väliin, alueeseen $SS_k^A S_k^B$ siten, että se sivuaa kaikkia kolmea ympyrää A , B ja C_k . Määritä sen kolmion pinta-ala, jonka kärjet ovat ympyröiden A , B ja C_k keskipisteet.