



## Pitkän matematiikan opetussuunnitelmat kriittisessä tarkastelussa

**Matti Lehtinen**

Maanpuolustuskorkeakoulu

Nykyisin voimassaolevat lukion opetussuunnitelman perusteet on annettu käyttöön Opetushallituksen määräyksellä 33/011/2003, ja ne astuivat voimaan 1.8.2005. Kun lukion oletuskesto on kolme vuotta, niin nyt alkaa täyttyä aika, jonka kuluessa uutta opetussuunnitelmaa on sovellettu yhteen lukioikäluokkaan ja kokemuksia on saatu. Solmunkin ympärillä on käyty keskustelua näistä kokemuksista. Referoin tässä kirjoituksessa ennen kaikkea Mäntän lukion lehtorin Markku Halmetojan ja Kii-  
mingin lukion lehtorin Maisa Spangarin esittämiä ajatuksia matematiikan pitkän oppimäärän opetussuunnitelmista. Myös muiden esittämiä mielipiteitä esiintyy joukossa.

Matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän tavoitteilla on olennainen ero: jälkimmäinen on yleissivistystä ja kansalaistaitoa, mutta pitkällä matematiikalla luodaan edellytyksiä jatko-opinnoille aloilla, joissa matematiikalla on merkittävä osuus. Pitkän matematiikan suorittaneiden määrää on koetettu lisätä helpottamalla kurseja ja alentamalla ylioppilastutkinnon rimaa. Näin saatu määrällinen voitto on kuitenkin laadussa hävitty. Mahdollisuus läpäistä pitkän matematiikan ylioppilaskoe todella vaatimattomin suorituksin syö järjestelmän uskottavuutta.

Molemmat opettajat korostavat sitä, että matematiikka on yhtenäinen, peruskoulusta lukioon jatkuva oppiaine. Peruskoulun asia olisi opettaa perusasiat, luvuilla, myös murtoluvuilla laskeminen, ei vain mekaa-

nisina temppuina, vaan ymmärrys mukana. Ei olisi pahaksi, jos peruskoulu opettaisi kunnolla rationaalilausekkeiden käsittelyn ja geometrian perusteet. Yksi ehdoton vaatimus olisi matematiikan saaminen aineenopettajan hoitoon jo nykykäytäntöä aikaisemmin. Spangarin mielestä peruskoulun matematiikanopetus keskittyy vain ja ainoastaan mekaaniseen laskentoon, ilman käsitystä itse matematiikasta. Näin saattaa käydä, että peruskoulussa hyvinkin menestynyt oppilas saattaa kohdata lukion oppimäärän ja vaatimattomankin tason shokkina.

Opettajien mielestä nykyinen opetussuunnitelma harastaa monissa paikoin haitallista oppimisen myöhentämistä. Esimerkiksi rationaalilausekkeiden ja -yhtälöiden algebran oppiminen jää differentiaalilaskennan kurssiin, joka puolestaan merkitsee sitä, että analyysin perusasioille kuten raja-arvoille ja erotusosamäärille jää liian vähän aikaa. Samoin on laita logaritmin: sitä ei suinkaan käsitellä loogisessa yhteydessään eksponenttifunktion kera, vaan vasta kurssilla 8, ja ajasta tulee pula taas. – Samanlaista opetuksen myöhentämistä on tapahtunut myös peruskoulussa, ja tämä osin selittää peruskoulusta lukioon tulevien matematiikan osaamisvajautta. Mikä peruskoulussa kaiken kaikkiaan mättää, on laaja kysymys, jonka selvittely ei kokonaisuudessaan ole tässä mahdollista.

Halmetoja keräisi kaikki keskeiset työkaluluontoiset algebralliset asiat lukion kahteen ensimmäiseen kurssiin:

tällöin myöhempiin, käsitteellisempiin asioihin perehtyminen olisi luontevampaa.

Trigonometrian jakautuminen kursseihin 3 ja 9 on Halmetojan mielestä luonnotonta: mitään syytä pantata trigonometrinen funktioiden yleistä määrittelyä yksikköympyrän avulla tai Pythagoraan lauseen trigonometrista versiota kurssiin 9 saakka ei ole. Geometrian kurssi lähes väistää geometrian ja matematiikan keskeistä sisältöä, todistamista.

Analyyttisen geometrian ja vektoriopin sisältävät kurssit olisi Halmetojan ja Spangarin mielestä syytä vaihtaa toiseen järjestykseen: monet analyttisen geometrian asiat olisivat kovasti helpompia, jos vektoriajattelun ja -tekniikan geometria olisi jo käytössä. Ja perin suotavaa olisi tiedonjako kartioleikkauksistakin – jos analyttisen geometrian kurssin lineaariyhtälöryhmäosuus siirrettäisiin vektorikurssiin, tilaa saataisiin. Lineaaristen yhtälöiden ratkaisun teoria on joka tapauksessa ymmärrettävissä geometrian avulla.

Todennäköisyyslaskentakurssi 6 tuo mukanaan jatkuvatkin jakaumat, vaikka niiden käsittelyn olennaisin työkalu, integraalilaskenta, opetetaan vasta kurssissa 10. Todennäköisyyskurssi voisi keskittyä diskreettiin todennäköisyyslaskentaan ja hakea synergiaa myös mekaniikan (painopiste, hitausmomentti) ja todennäköisyyslaskennan (odotusarvo, varianssi) analogioista.

Kurssin 7 oikea nimi olisi Differentiaalilaskenta eikä derivaatta. Nykyisen opetussuunnitelman linjausten mukaan kaikki edelliset kurssit ovat helpohkoja, mutta tässä kurssissa ollaan sitten totuuden edessä. Halmetojan ja Spangarin näkemyksen mukaan tähän kurssiin ei olisi tarpeen enää sisällyttää työkaluna rationaalilausekkeiden algebraa, joka olisi käsitelty jo kurssissa 2. Sen

sijaan derivaatan olemus ja merkitys muutosnopeutena olisi selvästi tuotava esiin jo opetussuunnitelmassa.

Kurssin 8 kevennykseksi koituisi logaritmin ensiesittely aikaisemmin. Kurssiin 9 olisi helposti liitettävissä tärkeimpien trigonometrian kaavojen johto, lähtökohtana vektorien  $(\cos x, \sin x)$  ja  $(\cos y, \sin y)$  pistetulosta suoraan saatava  $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ . Lukujonojen ja sarjojen käsittely eri kursseissa (9 ja 13) ei ole onnistunut ratkaisu.

Kurssin 10, Integraalilaskenta, oppisisältöihin olisi saatava eksplisiittisesti keskeisten ympyrään ja palloon liittyvien pinta-ala- ja tilavuuskaavojen johto.

Kurssi 11, Lukuteoria ja logiikka, tulisi sijoittaa ensimmäisen opiskeluvuoden kurssiksi. Sen sisältöihin tulisi lisätä induktio.

Kurssin 12 sisältöihin tulisi ehdottomasti lisätä kompleksiluvut. Sen sijaan numeerinen derivointi on tässä turha sisältö.

Kurssin 13, differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssin, sisältöihin olisi liitettävissä raja-arvon täsmällinen määrittely epäyhtälön  $|f(x) - a| < \epsilon$  ratkaisua tarkastelemalla.

Matematiikka on oma oppiaineensa, eikä sen opetus, ainakaan pitkän matematiikan opetus, välttämättä onnistu opettajalta, joka on hankkinut pätevyytensä luonnontieteiden parissa, ympäristössä, jossa matematiikka on ollut tarvittavan laskennan aputiede. Hyvään opetukseen ei riitä oppikirjojen kattavien opettajamateriaalien kopioiminen oppilaiden eteen. Opetussuunnitelman puutteet antavat erittäin suuren merkityksen opettajan ammattitaidolle ja omalle aineentuntemukselle.