

## 1. MATKA, AIKA, NOPEUS

### Kertaa tarvittaessa diplomin V luku 1.

Jos auton nopeusmittari näyttää koko ajan  $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , niin auto etenee 75 kilometriä tunnissa.

**Nopeus** lasketaan jakamalla matka siihen käytetyllä ajalla. Jos matka mitataan kilometreinä ja aika tunteina, niin yksiköksi tulee  $1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Jos matka mitataan metreinä, niin aika mitataan tavallisesti sekunneissa. Näin saadaan toinen yleisesti käytetty nopeuden yksikkö  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Matka-aika-laskuissa nopeutta merkitään usein kirjaimella  $v$ , aikaa kirjaimella  $t$  ja matkaa kirjaimella  $s$ . Niiden välillä vallitsee siis yhtälö

$$\text{nopeus} = \frac{\text{matka}}{\text{aika}} \quad \text{eli} \quad v = \frac{s}{t}.$$

Jos suureista tunnetaan kaksi, niin kolmannen voi ratkaista yhtälöstä.

Esimerkkejä:

A) Jos 200 kilometrin matkaan kuluu 2,5 tuntia, niin nopeus on

$$\frac{200 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

B) Jos nopeus on  $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  ja matkaan kuluu 2 tuntia, niin matka on

$$75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h} = 150 \text{ km}.$$

1) Elina pyöräilee nopeudella 180 m minuutissa, Amanda nopeudella 180 cm sekunnissa. Kumpi liikkuu nopeammin?

---

2) Etana kiipeää päivän aikana seinää pitkin suoraan ylöspäin 50 cm ja laskeutuu alaspäin yön aikana 20 cm. Kuinka pitkän ajan kuluttua se osuu kattoon, jos huoneen korkeus on 2 m?

---

- 3) Jääkarhu voi juosta 3,5 kertaa niin nopeasti kuin elefantti. Elefantti voi juosta 35 kilometriä tunnissa. Kumpi voittaa nopeuskilpailun moottoritiellä, nopeudella  $120\frac{\text{km}}{\text{h}}$  kulkeva auto vai jääkarhu?
- 

- 4) Auto lähtee erästä paikasta nopeudella  $60\frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Tuntia myöhemmin toinen auto lähtee samasta paikasta nopeudella  $80\frac{\text{km}}{\text{h}}$  samaan suuntaan. Milloin ja kuinka kaukana lähtöpaikasta tämä auto tavoittaa ensin lähteneen auton?
- 
- 

- 5) Polkupyöräkilpailussa matkana oli 240 km. Voittaja ajoi puolet matkasta keskinopeudella  $40\frac{\text{km}}{\text{h}}$  ja toisen puolen matkasta nopeudella  $30\frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Kuinka kauan häneltä kului aikaa koko matkaan?
- 

- 6) Maan rata auringon ympäri on likimain ympyrä, jonka säde on noin 150 miljoonaa kilometriä. Yksi kierros tehdään 365 vuorokaudessa. Laske Maan keskinopeus.
- 

Maan ympärysmitta on noin 40 000 km. Missä ajassa Maa siirtyy oman halkaisijansa pituisen matkan kiertoradallaan?

---

- 7) Maapallo pyörii akselinsa ympäri. Maan säde on noin 6 400 km. Missä ajassa päiväntasaajalla asuva ihminen tekee täyden kierroksen?
- 

Kuinka nopeasti hän liikkuu tämän pyörimisliikkeen vuoksi?

---

- 8) Ratkaise keskinopeuden kaavasta

a) aika  $t$  \_\_\_\_\_

b) matka  $s$  \_\_\_\_\_

*Vertaa tulostasi alkutekstin esimerkkiin B.*

## 2. JAOLLISUUS

1) Olli haluaa pakata lahjaksi 16 neliön muotoista leivosta laatikkoon, yhtä monta joka riviin. Mitkä ovat hänen mahdollisuutensa valita eri muotoisia laatikoita? Piirrä kuvat.

2) Leena laatoittaa korkkilaatoilla suorakulmion muotoisen lattian, jonka mitat ovat  $320\text{ cm} \times 420\text{ cm}$ . Laattoja ei leikata reunoilta eikä saumavaraa tarvitse jättää. Onnistuuko laatoitus laatoilla, joiden koko on  $20\text{ cm} \times 14\text{ cm}$ ? \_\_\_\_\_

Entä  $12\text{ cm} \times 16\text{ cm}$  laatoilla? \_\_\_\_\_

Jos onnistuu, niin kuinka monta laattaa tarvitaan?

\_\_\_\_\_

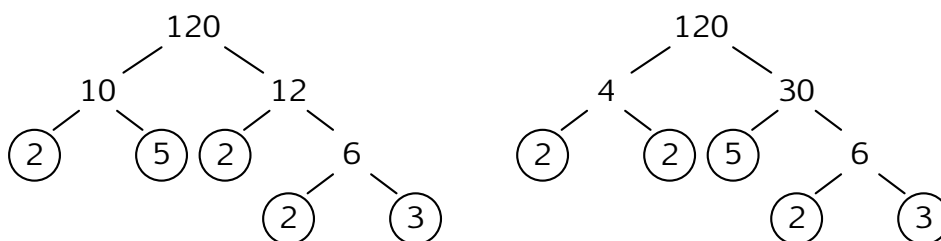
3) Merkitse x leikkauskohtaan, jos pystysarakkeessa oleva luku on jaollinen vaakarivin luvulla.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														

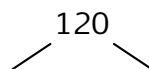
Määritelmiä: Luvun **tekijät** ovat ne luvut, joilla luku on jaollinen (eli jakojäännös on 0). Luku 1 jätetään usein kirjoittamatta tekijöihinjaoissa, koska  $1 \cdot a = a$  kaikilla luvuilla  $a$ . **Alkuluku** tarkoittaa ykköistä suurempaa kokonaislukua, joka on jaollinen vain itsellään ja luvulla 1. Esimerkiksi luvut 2 ja 3 ovat alkulukuja mutta luku 4 ei ole. **Alkutekijöitä** ovat ne tekijät, jotka ovat alkulukuja.

4) Onko 1 alkuluku? \_\_\_\_\_ Onko 1 jokaisen luvun tekijä? \_\_\_\_\_

Esimerkki: Jaetaan luku 120 tekijöihin eri tavoilla.



5) Tee oma jako:



Luvun 120 jako alkutekijöihin on  $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ .

Kaikki luvun 120 tekijät ovat 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120. Nämä saadaan (ykköistä lukuunottamatta) alkutekijöistä kertomalla niitä keskenään kaikilla mahdollisilla tavoilla.

6) Etsi kaikki luvun 36 alkutekijät \_\_\_\_\_

Etsi kaikki luvun 36 tekijät \_\_\_\_\_

Etsi lukuja, joiden monikerta on 36 \_\_\_\_\_

7) Onko jokainen luvulla 6 jaollinen luku parillinen? \_\_\_\_\_

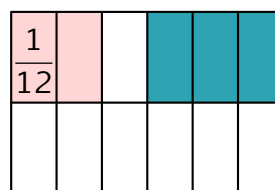
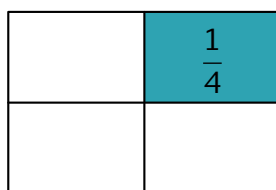
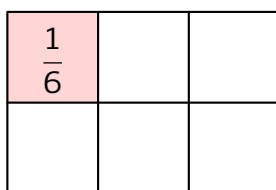
Onko jokainen parillinen luku jaollinen luvulla 6? \_\_\_\_\_

Onko 0 jaollinen jokaisella kokonaisluvulla? \_\_\_\_\_

Onko jokainen kokonaisluku jaollinen luvulla 0? \_\_\_\_\_



Havainnollistus:



- 11) Isä leipoo Helga-Marian syntymäpäiväkekkereille piparkakkuja. Vieraita tulee joko 6 tai 8. Helga-Maria haluaa, että jokainen osallistuja saa yhtä monta piparkakkuja. Mikä on pienin määrä piparkakkuja, jolla juhlista selvitään ja kaikki piparkakut tulevat syötyä Helga-Marian toiveen mukaisesti?
- 

- 12) Laske

$$\frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{5}{3} + \frac{2}{3} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 13) Millä lavennat tai millä supistat?

$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{6}$$

$$\frac{21}{24} = \frac{\quad}{8}$$

$$1\frac{5}{6} = \frac{\quad}{24}$$

- 14) Lavenna osoittajat ja nimittäjät kokonaisluvuiksi ja sievennä supistamalla mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.

$$\frac{0,5}{1,5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{0,2}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5}{6,1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1,40}{0,7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Täydellinen luku** on positiivinen kokonaisluku, joka on kaikkien itseään pienempien tekijöidensä summa. Täydellisiä lukuja ovat esimerkiksi 6 ja 28, koska  $1 + 2 + 3 = 6$  ja  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ .

15) Onko 12 täydellinen luku? \_\_\_\_\_

Onko 496 täydellinen luku? \_\_\_\_\_

★ 16) Lukua 2520 pidettiin Egyptissä maagisena lukuna, koska se on pienin luku, joka on jaollinen kaikilla luvuilla 1, 2, ..., 10. Perustele tämä.

---



---



---



---



---

17) Kuuluisa matemaatikko Leonard Euler esitti hypoteesin (todistamaton tieteellinen oletus), että jokainen lukua 2 suurempi parillinen luku voidaan esittää kahden alkuluvun summana. Kokeile eri luvuilla, onko asia näin vai löydätkö kenties vastaesimerkin Eulerin hypoteesille. Ellet löydä vastaesimerkkiä, tarkoittaako se, että olet todistanut Eulerin hypoteesin oikeaksi? \_\_\_\_\_

Perustele \_\_\_\_\_

---



---



---



---



---

### 3. LUVUT JA LASKUTOIMITUKSET

**Älä käytä laskinta näissä tehtävissä!**

1) Ympyröi jokaisesta lukuparista suurempi luku.

a)  $\frac{1}{2}$                        $\frac{1}{3}$ .

b)  $-1\frac{1}{2}$                        $-\frac{5}{6}$ .

c)  $1,3 \cdot 100$                        $0,120 \cdot 1000$ .

d)  $80,0 : 1000$                        $5,000\,000 : 10$ .

2) Ympyröi oikea vaihtoehto.

a)  $0,198 \cdot 5,09 \approx 10$ ;     $5,2$ ;     $1,0$ ;     $1,5$ ;     $6,9$ .

b)  $1\,985 \cdot 10,1 \approx 19\,000$ ;     $20\,000$ ;     $2000$ ;     $1985$ ;     $199$ .

c)  $2\pi r \approx 5$ ;     $10$ ;     $15$ ;     $20$ ,    missä  $\pi \approx 3,14$  ja  $r = 2\frac{1}{3}$ .

3) Promille tarkoittaa yhtä tuhannesosaa. Korun kultapitoisuus on 750 promillea. Kuinka paljon kultaa koru sisältää, jos se painaa 12 g?

---

4) Matkapuhelimessasi on 40 € katto puhelinlaskulle. Käyttämättä on 6,5 €. Kuinka monta 17 snt maksavaa viestiä voit vielä lähettää?

---

5) Merkitse ruutuun T, jos väite on tosi, ja E, jos väite on epätosi. Jos väite on epätosi, anna lisäksi oikea vastaus.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

\_\_\_\_\_

$$8,7 + 8,7 + 8,7 + 8,7 = 4 \cdot 8,7$$
  \_\_\_\_\_

$$4103 : 23 = 23 : 4103$$
  \_\_\_\_\_

$$18 \cdot 4 \cdot 32 \cdot 15 = 15 \cdot 32 \cdot 18 \cdot 4$$
  \_\_\_\_\_

$$2 \cdot 3 + 4 = 2(3 + 2)$$
  \_\_\_\_\_

$$2,5(3,8 + 4,8) = 2,5 \cdot 3,8 + 2,5 \cdot 4,8$$
  \_\_\_\_\_

$$2(a + b) = 2a + 2b$$
  \_\_\_\_\_

$$2,5 \cdot 4,8 + 2,5 \cdot 5,8 = 2,5(4,8 + 5,8)$$
  \_\_\_\_\_

$$2c + 2d = 2(c + d)$$
  \_\_\_\_\_

$$0,015 \cdot 248 = 0,15 \cdot 24,8$$
  \_\_\_\_\_

$$0 \cdot 8436 = 0 \cdot 0,536$$
  \_\_\_\_\_

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$
  \_\_\_\_\_

$$\frac{1}{b} \cdot b = 1$$
  \_\_\_\_\_

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{3}{3 \cdot 3}$$
  \_\_\_\_\_

$$(3 : (4 + 5)) \cdot 9 = 3$$
  \_\_\_\_\_

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$
  \_\_\_\_\_

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{2}{a+a}$$
  \_\_\_\_\_

$$a + a = 2a$$
  \_\_\_\_\_

$$2(3+5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$$

 \_\_\_\_\_

$$2 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 5 \cdot 7$$

 \_\_\_\_\_

$$2 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = (2+3)7$$

 \_\_\_\_\_

$$(6+4) : 2 = 6 : 2 + 4 : 2$$

 \_\_\_\_\_

$$6 : (4+2) = 6 : 4 + 6 : 2$$

 \_\_\_\_\_

6) Laske

$$3,831 + 1,74 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8,1 - 3,66 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$24 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \cdot 0,5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2,4 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1000 \cdot 8,5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,24 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7,2 : 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0 : 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5,1 : 5,1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a : a = \underline{\hspace{2cm}}$$

7) Laske

$$5\frac{6}{13} \cdot 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10\frac{5}{6} - 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2,5 \cdot \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{20}{17} - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5\frac{6}{13} \cdot 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{17}{30} : 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1,80 : 0,60 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0 : 5,32 = \underline{\hspace{2cm}}$$

8) Kirjoita luvut suurimmasta pienimpään

$$10,1; \quad 10,01; \quad \frac{10+4}{10+5}; \quad \frac{10}{9}; \quad 1 + \frac{2}{5}; \quad 1\frac{2}{5}; \quad 3\frac{4}{5}; \quad 3,8.$$

9) Laske

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{5} : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

10) Merkitse ruutuun T, jos väite on tosi, ja E, jos väite on epätosi.

$$209 - 309 = 309 - 209 \quad \square$$

$$9,1 + 9,1 + 9,1 = 3 \cdot 9,1 \quad \square$$

$$0,015 \cdot 347 = 0,15 \cdot 3470 \quad \square$$

$$0 \cdot 7\,000 = 0 \cdot 70\,000 \quad \square$$

$$x \cdot x = 2x \quad \square$$

11) Koulutunnit alkavat kello 9. Yhden oppitunnin pituus on  $\frac{3}{4}$  tuntia ja välitunti kestää  $\frac{1}{6}$  tuntia. Kahden oppitunnin jälkeen on  $\frac{1}{2}$  tunnin ruokatunti. Milloin se loppuu?

---

Milloin loppuu neljäs oppitunti?

---

12) Merkitse ruutuihin sellaiset laskutoimitusten merkit, että väite on tosi. Keksitkö useita ratkaisuja?

a)  $(12,5 \square 5) \square 2,5 = 5.$

b)  $(2 \square 4) \square 2 = (6 \square 2) \square 3.$

c)  $(2 \square 3,5) \square 4 = (3,5 \square 4) \square 2.$

d)  $2 \square 2 = 3 \square 3 = 4 \square 4.$

★ 13) Milloin sekä tuntematon että koko lauseke ovat kokonaislukuja?

a)  $\frac{55}{30 + \Delta}$        $\Delta =$  \_\_\_\_\_

b)  $\frac{100 - \bigcirc}{\bigcirc + \bigcirc}$        $\bigcirc =$  \_\_\_\_\_

c)  $\frac{2 + \square}{5}$        $\square =$  \_\_\_\_\_

14) Täydennä puuttuvat luvut.

$$2 = \frac{\square}{5}$$

$$\frac{\square}{17} = 0$$

$$\square \cdot 17 = 17$$

$$4 = \frac{\square}{3}$$

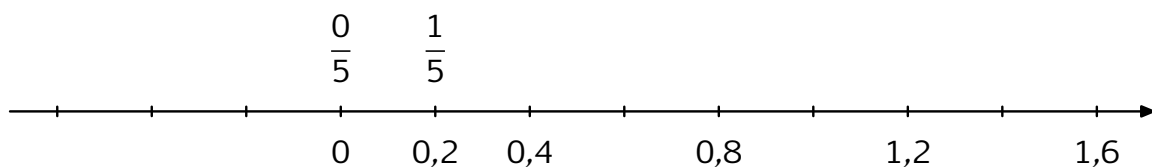
$$\frac{9}{\square} = 3$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot \square}{8 \cdot 2} = \frac{\square}{16}$$

$$1 = \frac{3}{\square}$$

$$\frac{2}{\square} = 1.$$

15) Täydennä lukusuoralle puuttuvat luvut.



Perustele, miksi  $\frac{1}{5} = 0,2$ . \_\_\_\_\_

16) Merkitse, miten suuri osa tunnista on

	murtolukuna	desimaalilukuna	prosentteina
15 min	_____	_____	_____
90 min	_____	_____	_____

	murtolukuna	desimaalilukuna	prosentteina
5 min	_____	_____	_____
10 min	_____	_____	_____
30 min	_____	_____	_____

17) Kirjoita kuukausina

- a) puoli vuotta \_\_\_\_\_      b) kolmasosa vuotta \_\_\_\_\_  
 c) kaksi vuotta \_\_\_\_\_      d) puolitoista vuotta \_\_\_\_\_  
 e) kaksi ja puoli vuotta \_\_\_\_\_

18) Ilmaise yksinkertaisemmin  $\frac{30}{60}$  tuntia \_\_\_\_\_

Muuta 200 minuuttia tunneiksi ja minuuteiksi \_\_\_\_\_

19) Kirjoita viisi eri esitystä

luvulle  $\frac{2}{3}$  \_\_\_\_\_      luvulle  $\frac{7}{7}$  \_\_\_\_\_

★ 20) Kirjoita osoittajat ja nimittäjät niin, että yhtälöt pitävät paikkansa.

$$\frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{6} \qquad \frac{27}{\quad} = \frac{\quad}{5} \qquad \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{4}$$

21) Kumpi on suurempi? Merkitse <, > tai =.

$$\frac{1}{100} \text{ km} \quad \square \quad \frac{3}{5} \text{ m}$$

$$\frac{4}{6} \text{ km} \quad \square \quad \frac{50}{100} \text{ km}$$

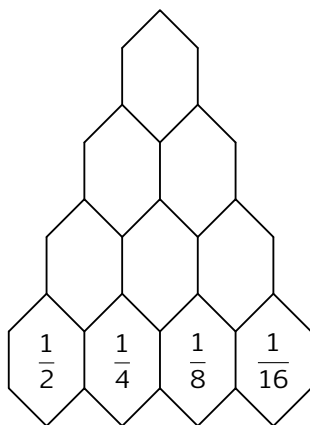
$$\frac{6}{7} \text{ kg} \quad \square \quad \frac{21}{20} \text{ kg}$$

$$\frac{1}{50} \text{ m}^2 \quad \square \quad \frac{3}{25} \text{ m}^2$$

$$\frac{3}{10} \text{ dm}^2 \quad \square \quad \frac{2}{5} \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ dm}^3 \quad \square \quad 1 \text{ l}$$

22) Täydennä laskemalla summat yläpuolelle.



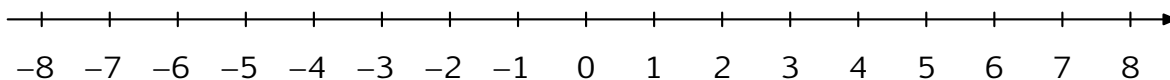
23) Laske  $\left(1\frac{2}{3} - 0,5\right) : \left(3,5 - \frac{5}{6}\right) =$  \_\_\_\_\_

24) Poista turhat sulut, laske ja liiku lukusuoralla laskun mukaan

$$(+3) + (+2) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (+4) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(+2) - (-2) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-3) + (+2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) - (+2) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-3) - (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

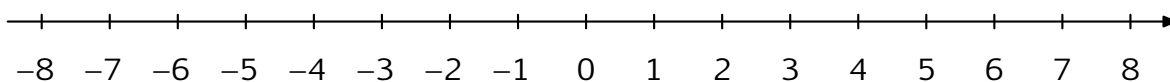


25) Laske ja liiku lukusuoralla laskun mukaan (käytä eri värejä)

$$1 + 2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad -1 + 2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad -1 - 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 + 3 = \underline{\hspace{2cm}} \quad -5 - 3 = \underline{\hspace{2cm}} \quad -5 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 - 3 = \underline{\hspace{2cm}} \quad -(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$



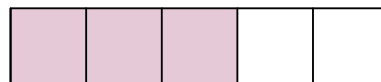
## MURTOLUKUJEN LASKUTOIMITUKSISTA, KERTAUSTA

### Kertaa murtolukuasiat aikaisemmista diplomitehtävistä.

Muista, että murtoviiva tarkoittaa jakamista. Nimittäjä kertoo, miten moneen osaan jaetaan. Nimittäjä ei voi olla 0, sillä luvulla 0 ei voi jakaa.

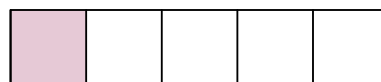
Merkinnällä  $\frac{3}{5}$  on kaksi tulkintaa:

$\frac{3}{5}$  on kolme yksikön viidesosaa:

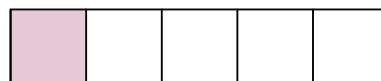
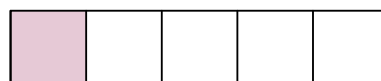


$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \cdot 1$$

$\frac{3}{5}$  on kolmen yksikön viidesosa:

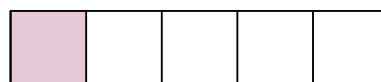
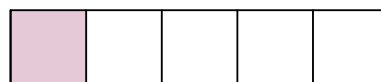


$$\frac{3}{5} = \frac{1}{5} \cdot 3$$



Esimerkki: Jos 2 suklaalevyä jaetaan tasan 5 kuudesluokkalaiselle, niin kuinka paljon kukin saa?

Vastaus: Kukin saa  $\frac{2}{5}$  suklaalevyä.



1) Täydennä

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{\quad}{2} = \frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{20} = \frac{42}{\quad}$$

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{\quad}{2} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{5} = \frac{150}{\quad}$$

$$1\frac{1}{2} = \frac{\quad}{2} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{4}$$

$$\frac{0}{3} = \frac{\quad}{1} = \frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{50}.$$

**Sekaluku** koostuu kokonaisosasta ja murto-osasta. Niinpä siinä on kyse yhteenlaskusta. Älä sekoita tätä kertolaskuun. Mikäli tarkoitetaan kokonaisluvun ja murtoluvun kertomista, on kertomerkki merkittävä näkyviin.

Esimerkki:

$$1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}, \text{ joten } 1 < 1\frac{2}{3} < 2, \text{ mutta } 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Esimerkkejä:

2) Erotta murtoluvusta  $\frac{53}{6}$  kokonaisosa:  $\frac{53}{6} = 53 : 6 = 8 + \frac{5}{6} = 8\frac{5}{6}$ .

3) Muuta  $5\frac{1}{4}$  murtoluvuksi:  $5\frac{1}{4} = 5 + \frac{1}{4} = \frac{20}{4} + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$ .

4) Laske  $3\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}$

Kokonaisosista saadaan  $3 + 5 = 8$ .

Murto-osista saadaan  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ .

Vastaus:  $9\frac{1}{4}$ .

5) Laske

a)  $5\frac{3}{7} - 2\frac{6}{7} =$  \_\_\_\_\_      b)  $13\frac{7}{10} - 1\frac{4}{7} =$  \_\_\_\_\_

6) Kuinka pitkä aika on  $\frac{1}{3}$  tuntia +  $\frac{1}{4}$  tuntia

a) minuutteina? \_\_\_\_\_      b) tunteina? \_\_\_\_\_

Miten murtolukujen tekeminen samannimisiksi liittyy a-kohtaan?

\_\_\_\_\_

## Murtoluvulla kertominen

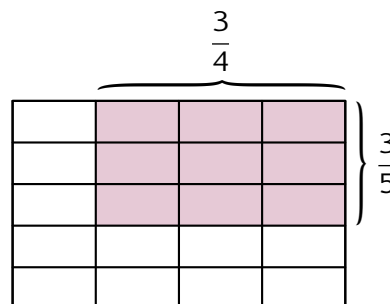
Esimerkki: Mitä on  $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$ ? Yksi viidesosa luvusta  $\frac{3}{4}$  on  $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$ .

Kolme viidesosaa luvusta  $\frac{3}{4}$  on  $3 \cdot \frac{3}{20} = \frac{9}{20}$ .

Havainnollistus:

Laskemalla suorakulmion pinta-ala saadaan

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$$



## Murtoluvun kertominen kokonaisluvulla

$4 \cdot 6$  tarkoittaa kertolaskun vaihdannaisuuden perusteella

$$6 + 6 + 6 + 6 = 24 \quad \text{tai} \quad 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24.$$

$15 \cdot \frac{2}{3}$  tarkoittaa 15 kertaa  $\frac{2}{3}$  eli

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3} = \frac{15 \cdot 2}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

tai  $\frac{2}{3}$  luvusta 15 eli  $(15 : 3) \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$ .

## Murtoluvulla jakaminen

7) Jos 5 kg sieniä maksaa 12 €, niin kuinka paljon maksaa 1 kg?

---

8) Jos  $\frac{1}{3}$  m kangasta maksaa 13 €, niin kuinka paljon maksaa 1 m?

---

9) Jos  $\frac{4}{7}$  km tietä päällystetään  $\frac{2}{15}$  tunnissa, niin kauanko kestää päällystää 1 km?

---

Tarkkaile ratkaisutapaasi. Saadaanko tulos aina jakamalla?

---

Kun kyseessä on murtoluvulla jakaminen, saadaan tulos kertomalla tuon murtoluvun käänteisluvulla. Eräs tapa ajatella tämä näkyy seuraavassa esimerkissä:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4}} = \frac{\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3}}{1} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} \stackrel{(2)}{=} \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}.$$

Selityksiä välivaiheisiin:

- (1) Lavennetaan luvulla  $\frac{5}{4}$ , jotta saadaan nimittäjäksi 1;
- (2) Kertolaskun vaihdannaisuus.

Siis luku jaetaan murtoluvulla niin, että se kerrotaan jakajan käänteisluvulla.

Esimerkkejä:

10) Jaetaan luku 8 eri luvuilla:

$$8 : 8 = 1$$

$$8 : 4 = 2$$

$$8 : 2 = 4$$

$$8 : 1 = 8$$

$$8 : \frac{1}{2} = 16 \quad (\text{Luku } \frac{1}{2} \text{ sisältyy 16 kertaa lukuun 8.})$$

$$8 : \frac{1}{4} = 32 \quad (\text{Luku } \frac{1}{4} \text{ sisältyy 32 kertaa lukuun 8.})$$

$$8 : \frac{4}{3} = 6 \quad (\text{Luku } \frac{4}{3} \text{ sisältyy 6 kertaa lukuun 8.})$$

Onko jakamisen tulos sama kuin käänteisluvulla kertomisen?

---

*Luvut ovat toistensa käänteislukuja, jos niiden tulo on 1. Esimerkiksi luvut 8 ja  $\frac{1}{8}$  ovat toistensa käänteislukuja, samoin  $\frac{3}{4}$  ja  $\frac{4}{3}$ .*

11) Ratkaistaan yhtälö  $\frac{7}{8} \cdot x = \frac{21}{40}$ .

Kerrotaan yhtälön molemmat puolet luvulla  $\frac{8}{7}$ :

$$\frac{8}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot x = \frac{8}{7} \cdot \frac{21}{40}, \text{ joten}$$

$$1 \cdot x = \frac{8}{7} \cdot \frac{21}{40} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Siis } x = \frac{3}{5}.$$

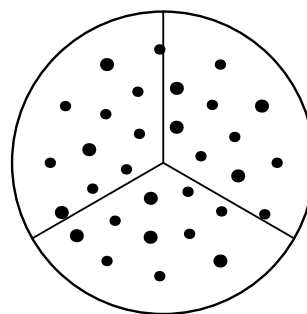
$$\text{Tarkistus: } \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{40}.$$

12)  $\frac{3}{8} : \frac{2}{7} =$  \_\_\_\_\_

13) Selitä, miten laskua

$$1 : \frac{1}{3}$$

voi havainnollistaa viereisellä pizzan kuvalla.



Tee laskusta sanallinen esimerkki

---



---



---



---



---

## 4. PROSENTTILASKENTA

**Kertaa tarvittaessa diplomin V prosenttilaskutehtävät.**

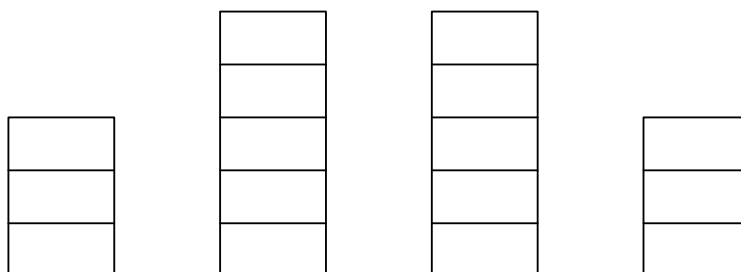
1) Mitä tarkoittaa

1% \_\_\_\_\_ 0,01 \_\_\_\_\_ 0,1 \_\_\_\_\_

2) Kuinka monta prosenttia 3 on pienempi kuin 5? \_\_\_\_\_

Kuinka monta prosenttia 5 on suurempi kuin 3? \_\_\_\_\_

Väritä päättelysi pylväskuvioon.



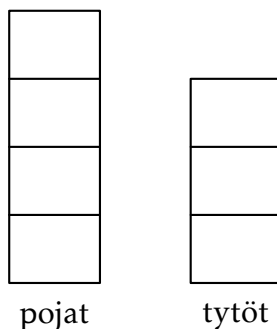
3) Tyttöillä oli Suomessa vuoteen 1926 asti yksi neljäsosa vähemmän laskennon viikkotunteja kuin pojilla. Tilalla heillä oli käsityön opetusta. Merkitse prosentteina ja murtolukuna, kuinka paljon vähemmän laskentoa tyttöillä oli kuin pojilla

\_\_\_\_\_

Merkitse prosentteina ja murtolukuna, kuinka paljon enemmän laskentoa oli pojilla kuin tyttöillä

\_\_\_\_\_

Havainnollista seuraaviin pylväisiin tyttöjen ja poikien laskennon oppituntien määrät: väritä poikien pylvääseen tyttöjen tuntien määrä ja piirrä tyttöjen pylvääseen lisää pituutta sen verran kuin pojilla oli enemmän laskennon tunteja.



## 4) Johdattelutehtävä:

Takin hinta on 150 €. Kauppa antaa siitä 20 % alennusta. Kuinka paljon takki maksaa alennetulla hinnalla?

*Tehtävä voidaan ratkaista eri tavoin. Käy läpi alla olevat ratkaisutavat ja tunnista, onko oma tapasi jokin niistä. Tarkista, että ymmärrät jokaisen tavan. Ehkä keksit vielä jonkin muun tavan.*

- a) 10 % eli  $\frac{1}{10}$  alkuperäisestä hinnasta on

$$\frac{1}{10} \cdot 150 \text{ €} = 15 \text{ €}.$$

Siten 20 % alkuperäisestä hinnasta on  $2 \cdot 15 \text{ €} = 30 \text{ €}$ . Alennettu hinta saadaan vähentämällä alkuperäisestä hinnasta alennus:  $150 \text{ €} - 30 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .

- b) 20 % eli  $\frac{1}{5}$  alkuperäisestä hinnasta on

$$\frac{1}{5} \cdot 150 \text{ €} = 30 \text{ €}.$$

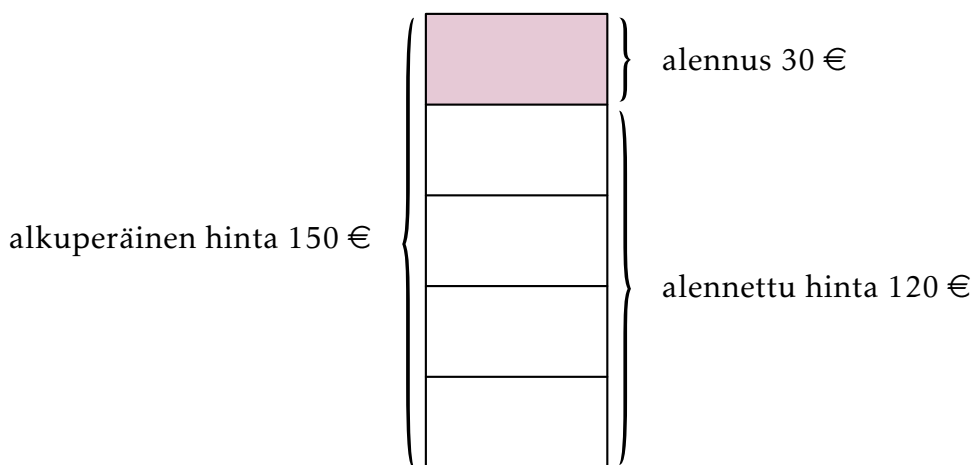
Alennettu hinta saadaan vähentämällä alkuperäisestä hinnasta alennus:  $150 \text{ €} - 30 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .

- c) 1 % eli  $\frac{1}{100}$  alkuperäisestä hinnasta on

$$\frac{1}{100} \cdot 150 \text{ €} = 1,5 \text{ €}.$$

Siten 20 % alkuperäisestä hinnasta on  $20 \cdot 1,5 \text{ €} = 30 \text{ €}$ . Alennettu hinta saadaan vähentämällä alkuperäisestä hinnasta alennus:  $150 \text{ €} - 30 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .

- d) Jos alennus on 20 % alkuperäisestä hinnasta, niin alennettu hinta jää 80 % alkuperäisestä hinnasta eli  $0,80 \cdot 150 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .
- e) Alennus on  $20 \cdot \frac{150}{100} \text{ €} = 30 \text{ €}$ . Alennettu hinta saadaan vähentämällä alkuperäisestä hinnasta alennus:  $150 \text{ €} - 30 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .
- f) Alennus on  $0,20 \cdot 150 \text{ €} = 30 \text{ €}$ . Alennettu hinta saadaan vähentämällä alkuperäisestä hinnasta alennus:  $150 \text{ €} - 30 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .
- g) Alennettu hinta on  $0,80 \cdot 150 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .
- h) Alkuperäinen hinta  $150 \text{ €} = 100 \text{ €} + 50 \text{ €}$ . Lasketaan alennus kummastakin yhteenlaskettavasta: 20 % 100 eurosta on 20 € ja 20 % 50 eurosta on 10 €. Yhteensä alennus on  $20 \text{ €} + 10 \text{ €} = 30 \text{ €}$ . Alennettu hinta saadaan vähentämällä alkuperäisestä hinnasta alennus:  $150 \text{ €} - 30 \text{ €} = 120 \text{ €}$ .



Kuinka monta prosenttia kalliimpi alkuperäinen hinta oli kuin alennettu?

---

**Huom.** 30 € on 25 % 120 eurosta ja 30 € on 20 % 150 eurosta. Oikea vastaus on siis 25 %. Ole tarkkana, mihin kulloinkin verrataan. Sanat "kuin" tai "verrattuna" auttavat löytämään vertailukohteen. Katso myös edellistä kuvaa.

- 5) Kalan perkaamisessa syntyy perkausjätettä 30 % kalan painosta. Yhteen kalaruoka-annokseen tarvitaan 150 g kalaa. Kuinka paljon kalaa on ostettava kuuden ruokailijan kala-annoksia varten?
- 
- 

*Vinkki: Tiedetään, että 70 % alkuperäisestä painosta yhtä ruokailijaa kohden on 150 g. Laske tehtävä parilla eri tavalla.*

**Tarkistathan aina vastauksesi.**

- 6) Johdattelutehtävä:  
Puseron alennus on 20 %, jolloin alennettu hinta on 30 €?. Mikä oli alkuperäinen hinta?
- 

*Esimerkkiratkaisu: 30 € on 80 % alkuperäisestä hinnasta. Siten 1 % alkuperäisestä hinnasta on  $\frac{30}{80}$  € ja 100 % alkuperäisestä hinnasta on*

$$100 \cdot \frac{30}{80} \text{ €} = 37,50 \text{ €}.$$

- 7) Siivoojan työpalkka on 25 € tunnissa. Hän antoi asiakkaalle alennusta 6 %. Kuinka paljon hän ansaitsi viikossa, kun hän teki viisi kahdeksantuntista työpäivää?
- 

- 8) Nauriin sokeripitoisuus on 5 %. Kuinka paljon sokeria sisältää 6 kg nauriita?
- 

- 9) Koulussa oli 300 oppilasta, joista poikia 40 %. Montako tyttöä oli koulussa?
- 

- 10) Malla kutoo kangaspuilla ystävälleen lahjaksi villaista mattoa, jonka pituuden tulee olla valmiina 2,5 m. Kangaspuilta otettaessa villa kutistuu 10 %. Kuinka pitkän maton hän kutoo kangaspuilla?
-

- 11) Ravintolaillallisen nettohintaan lisätään arvonlisävero (ALV), joka on 22 % aterian nett hinnasta. Jos illallisen hinta arvonlisäveroineen on 25 euroa, niin mikä on sen nettohinta?
- 

- 12) Käytetyn auton arvo putoaa 20 % vuodessa. Jos autosta maksetaan 15 000 €, niin mikä on sen hinta vuoden kuluttua?
- 

Entä kahden vuoden kuluttua?

---

Entä viiden vuoden kuluttua?

---

Kuinka monta prosenttia alkuperäisestä hinnasta auton hinta putoaa viidessä vuodessa?

---

- 13) Pankkilainan korko on 6 % vuodessa. Kuinka paljon korkoa maksat vuodessa, jos otat lainan, jonka suuruus on 50 € ?
- 

- 14) Maija jätti panttilainaamoon kultasormuksen, joka painaa 5 g ja on 14 karaatin kultaa. Hän sai sormuksesta rahaa 50 €. Hän lunasti sormuksen neljän kuukauden kuluttua takaisin ja maksoi 62,40 €. Tähän sisältyi lainaamon kuluja 5 €. Kuinka paljon Maija maksoi korkoa?
- 

Mikä oli korkoprosentti vuodessa?

---

- 15) Jarmo otti 100 € pikavipin ja maksoi siitä kuukauden kuluttua 125 €. Kuinka monta prosenttia hän joutui maksamaan korkoa?
- 

Jos hän olisi maksanut lainan kolmen kuukauden kuluttua, kuinka paljon hän olisi maksanut korkoa?

---

16) Farkkujen hinta on 50 €. Alennusmyynnissä hintaa lasketaan 10%. Alennusmyynnin loputtua alennettua hintaa nostetaan 10%. Mikä on lopullinen hinta?

---

17) Ravintola suosittelee antamaan 5–10 % juomarahaa. Laskun suuruus on 80 €. Kuinka paljon jätät juomarahaa?

---

18) Anna lainasi rahaa 50 €. Hän maksoi lainan vuoden kuluttua korkoineen takaisin. Maksettava summa oli tuolloin 62,50 € ja siihen sisältyi 5 € pankin kuluja. Kuinka paljon Anna maksoi korkoa lainasta?

---

Mikä oli lainan korkoprosentti vuodessa?

---

★ 19) Eduskuntavaaleissa v. 2007 oli kaikkiaan äänioikeutettuja 4 292 436. Suomessa asuvia äänioikeutettuja oli 4 083 549 ja ulkomailta asuvia 208 887. Suomessa asuvien kansalaisten äänestysprosentti oli 67,9 %. Ulkosuomalaisten äänestysaktiivisuus jäi 8,6 prosenttiin. Vihreä liitto sai 8,5 % kaikista annetuista äänistä ja Perussuomalaiset 4,1 % kaikista annetuista äänistä. Kuinka monta prosenttia enemmän ääniä vihreät saivat kuin perussuomalaiset?

---

Kuinka monta prosenttiyksikköä enemmän ääniä vihreät saivat kuin perussuomalaiset?

---

## 5. LAUSEKKEET, ALGEBRA

1) Johdattelutehtävä:

Ratkaise yhtälö  $x + 3 = 2x + 1$ .

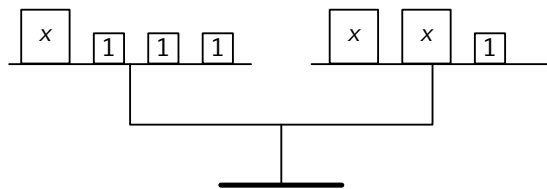
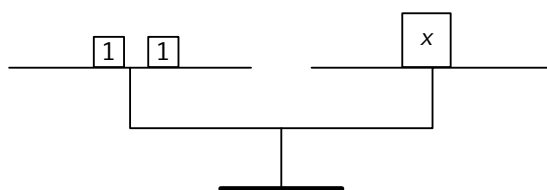
$$x + 3 = 2x + 1$$

*Yhtälön kummaltakin puolelta vähennetään 1:*

$$x + 2 = 2x$$

*Yhtälön kummaltakin puolelta vähennetään x:*

$$2 = x$$

*Siis  $x = 2$ .**Tarkistus:  $2 + 3 = 5 = 2 \cdot 2 + 1$ .**Vaa'an kummaltakin puolelta poistetaan x ja 1:*

2) Ratkaise yhtälö

a)  $x + 5 = 12$

b)  $x + 5 = 12x$

c)  $x + 5 = 12x + 3$

3) Anna jokin luku, joka tekee epäyhtälöstä toden

$$\frac{6}{7} + \underline{\quad} < 1 \quad \frac{13}{7} + \underline{\quad} > 2 \quad \underline{\quad} - \frac{3}{4} > 2$$

4) Kirjoita desimaaliluku, jolle

$$\frac{1}{7} < \underline{\quad} < \frac{2}{7}$$

5) Esan kuukausipalkasta kului kolmasosa vuokraan, neljäsosa ruokaan ja kahdeksasosa erilaisiin muihin menoihin. Hänelle jäi säästöön 140 €. Kuinka suuri hänen kuukausipalkkansa oli?

*Vihje: merkitse kuukausipalkkaa  $x$ :llä.*

- 6) Suorakaiteen muotoisesta puutarhasta  $\frac{2}{5}$  kasvaa marjapensaita, 40 % on hedelmäpuita ja loput  $60 \text{ m}^2$  on nurmikkoa. Kuinka suuri on koko puutarha?

---

Piirrä kuva.

Oliko oletus puutarhan muodosta tarpeen? \_\_\_\_\_

- 7) Anu käyttää 50 % säästöistään puseron ostamiseen. Jäljelle jääneestä rahasta  $\frac{3}{5}$  hän käyttää uusiin kenkiin. Hänelle jää 30 €. Kuinka paljon säästöjä hänellä oli alunperin?

- 
- 8) Eläkeläinen saa kuukaudessa kansaneläkettä 530 €. Hänen puhelinlaskunsa on 15 €. Kuinka suuri osa eläkkeestä kuluu puhelinlaskuun?

- 
- 9) Suomen rannikon lähellä meren suolaisuus vähenee länsi-itä suunnassa. Suolaisen osan yläkerroksen suolapitoisuus on 0,6 %. Saadaanko tätä suolaisempaa vai makeampaa vettä, jos liuotetaan 500 grammaan vettä 3 g suolaa?

- 
- 10) Täydennä

$$\frac{1}{3} \cdot \square = 1$$

$$3 \cdot \square = 1$$

$$5\frac{1}{2} \cdot \square = 1.$$

11) Ratkaise yhtälöt (vertaa myös sivun 19 esimerkkiin 11)

$$\frac{1}{3} \cdot x = 1$$

$$3 \cdot x = 1$$

$$5\frac{1}{2} \cdot x = 1$$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

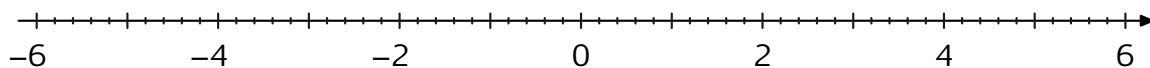
\_\_\_\_\_

Luvun **vastaluvulla** on se ominaisuus, että luvun ja sen vastaluvun summa on 0. Esimerkiksi luvut 2 ja  $-2$  ovat toistensa vastalukuja, sillä  $2 + (-2) = 0$  ja  $-2 + 2 = 0$ .

Luvun **käänteisluvulla** on se ominaisuus, että luvun ja sen käänteisluvun tulo on 1. Esimerkiksi luvut 2 ja  $\frac{1}{2}$  ovat toistensa käänteislukuja, sillä  $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$  ja  $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ .

12) Mikä on luvun 5 vastaluku? \_\_\_\_\_ Entä käänteisluku? \_\_\_\_\_

Merkitse ne lukusuoralle



Luvun  $\frac{3}{5}$  vastaluku on \_\_\_\_\_ ja käänteisluku on \_\_\_\_\_

Luvun  $-1\frac{2}{3}$  vastaluku on \_\_\_\_\_ ja käänteisluku on \_\_\_\_\_

13) a) Luku  $n$  kerrotaan käänteisluvullaan.

Merkitse käänteisluku \_\_\_\_\_,

tulon lauseke \_\_\_\_\_

ja sievennä se \_\_\_\_\_.

b) Luku  $k$  kerrotaan vastaluvullaan.

Merkitse vastaluku \_\_\_\_\_,

tulon lauseke \_\_\_\_\_

ja sievennä se \_\_\_\_\_.

c) Luku  $a$  jaetaan vastaluvullaan.

Merkitse vastaluku \_\_\_\_\_,

osamäärän lauseke \_\_\_\_\_

ja sievennä se \_\_\_\_\_.

d) Lukuun  $b$  lisätään sen vastaluku.

Merkitse vastaluku \_\_\_\_\_,

summan lauseke \_\_\_\_\_

ja sievennä se \_\_\_\_\_.

e) Luvusta  $m$  vähennetään sen vastaluku.

Merkitse vastaluku \_\_\_\_\_,

erotuksen lauseke \_\_\_\_\_

ja sievennä se \_\_\_\_\_.

f) Luku  $c$  jaetaan käänteisluvullaan.

Merkitse käänteisluku \_\_\_\_\_,

osamäärän lauseke \_\_\_\_\_

ja sievennä se \_\_\_\_\_.

## 6. GEOMETRIA

- 1) Neliön muotoisen lattian pinta-ala on  $9 \text{ m}^2$ . Kuinka monta laattaa tarvitaan sen peittämiseen, jos laatan pinta-ala on  $\frac{1}{4} \text{ m}^2$ , laatta on neliön muotoinen ja sauman leveys on  $0,5 \text{ cm}$

---

- 2) Tiina haluaisi uusia asuntonsa korkkimaton. Hän tarvitsee  $6,2 \text{ m} \times 5,5 \text{ m}$  korkkimattoa. Kaupassa  $5 \text{ m} \times 4,8 \text{ m}$  korkkimatto maksaisi  $51,20$  euroa. Kuinka paljon Tiinan uusi korkkimatto maksaa?

---

- 3) Akvaarion pituus on  $1 \text{ m}$ , leveys  $7 \text{ dm}$  ja korkeus  $6 \text{ dm}$ . Vettä akvaariossa on  $50 \text{ cm}$  korkeudelle. Kuinka paljon vettä akvaariossa on?

---

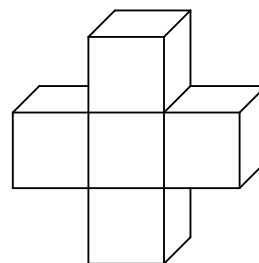
Kuinka paljon vettä pitäisi lisätä, jotta veden korkeudeksi tulisi  $55 \text{ cm}$ ?

---

- 4) Kunkin pikkukuution särmän pituus on  $2 \text{ cm}$ . Laske kappaleen pinta-ala ja tilavuus.

Pinta-ala: \_\_\_\_\_

Tilavuus: \_\_\_\_\_

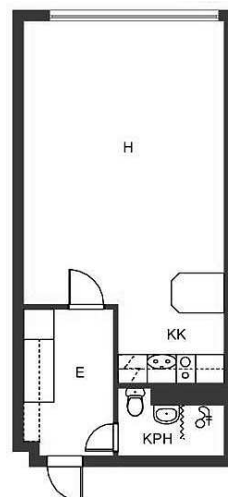


- 5) Niko muuttaa uuteen asuntoon. Hän aikoo laittaa asuntoonsa parketin. Mikä tieto hänen on laskettava asuntonsa pohjapiirrokselta?

---

Asunnon pohjapiirroksen mittakaava on  $1 : 100$ . Laske Nikon tarvitsema tieto:

---



- 6) Suorakulmion sivujen pituudet ovat  $\frac{3}{5}$  m ja  $\frac{3}{4}$  m. Laske suorakulmion pinta-ala:

---

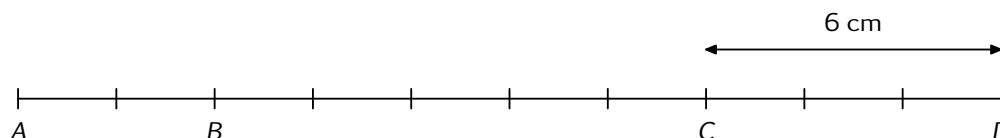
Kuinka suuri osa tämä suorakulmio on neliöstä, jonka pinta-ala on  $1 \text{ m}^2$ ?

---

Piirrä kuva.

Laske lasku myös desimaaliluvuilla:

- 
- 7) Janan  $CD$  pituus on 6 cm. Kuinka pitkiä ovat janat  $AB$ ,  $AC$  ja  $AD$ ?



$AB =$  \_\_\_\_\_       $AC =$  \_\_\_\_\_       $AD =$  \_\_\_\_\_

- ★ 8) Huoneeseen halutaan sauvaparkettilattia. Yhden sauvan pituus on 80 cm ja leveys 6 cm. Huoneen leveys on 4 m 80 cm ja pituus on 5 m 70 cm. Kuinka monta laatikkoa sauvaparkettia täytyy ostaa, jos niitä on yhdessä laatikossa 30 kappaletta?

---

Samassa huoneessa tapetoidaan suurin seinä. Siinä ei ole ikkunoita eikä ovia. Huoneen korkeus on 3 m. Tapettirullan pituus on 10 m 5 cm ja leveys on 60 cm. Montako rullaa täytyy ostaa?

---

Piirrä kuvat.

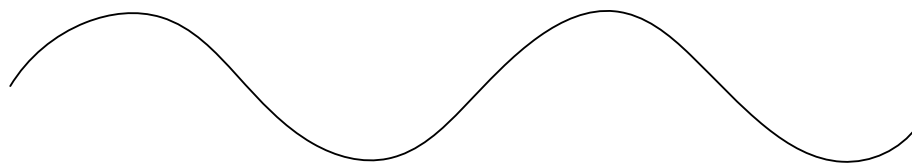
9) Kuinka monta yhteistä pistettä voi olla ympyrällä ja suoralla?

---

Piirrä eri tapaukset.

★ 10) Kuinka monessa pisteessä voivat ympyrä ja allaoleva käyrä leikata toisensa? \_\_\_\_\_

Piirrä eri tapaukset.



11) Piirrä kolmio ja nelikulmio niin, että niiden sivuilla on

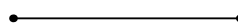
- a) yksi yhteinen piste
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- b) kaksi yhteistä pistettä
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- c) kolme yhteistä pistettä
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- d) neljä yhteistä pistettä
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- e) viisi yhteistä pistettä
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- f) kuusi yhteistä pistettä
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- g) seitsemän yhteistä pistettä
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- h) kahdeksan yhteistä pistettä

12) Merkitse kuvioista etäisyydellä 1 cm olevat pisteet.

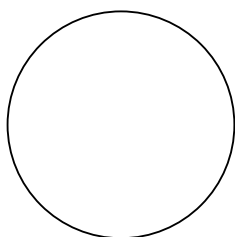
a)



b)



c)



d)



Millaisia kappaleita syntyy, jos mukaan otetaan kaikki pisteet (muutkin kuin tason pisteet), joiden etäisyys kuvioista on 1 cm?

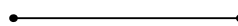
---

13) Merkitse kuvaan kaikki tason pisteet, joiden etäisyys kuvioista on enintään 1 cm.

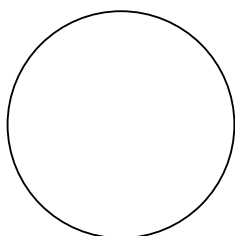
a)



b)



c)



d)



Millaisia kappaleita syntyy, jos mukaan otetaan kaikki pisteet, joiden etäisyys kuvioista on enintään 1 cm?

---

14) Merkitse, missä ovat tason pisteet, joiden etäisyys kuvioista on vähintään 1 cm.

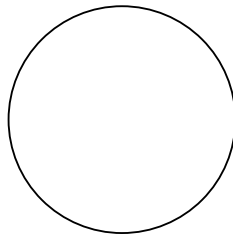
a)



b)



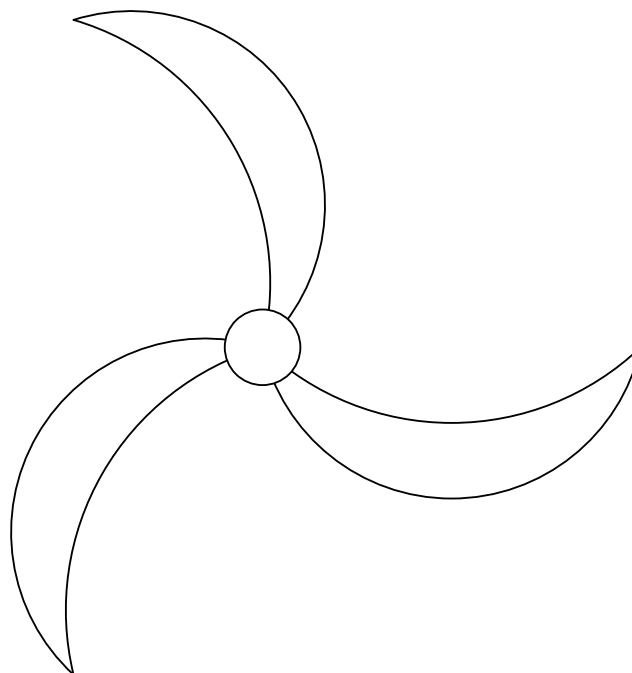
c)



d)



15) Piirrä allaoleva kuvio läpinäkyvälle paperille (esim. leivinpaperille). Leikkaa se irti ja kokeile, kuinka monella tavalla se sopii alla olevan kuvion päälle. Käännä läpinäkyvä paperi toisin päin ja kokeile uudelleen.



Tee oma esimerkki kuviosta, jolla on

a) kiertosymmetriaa; merkitse kierron keskipiste.

b) peilaussymmetriaa; merkitse peilausakseli(t).

c) symmetriaa pisteen  $O$  suhteen.

• $O$

- 16) Ota pala pahvia, lankaa, nastaa ja kynä. Sido langan toiseen päähän kynä. Sido lanka nastaan niin, että nastan ja kynän välisen langan pituus on n. 4 – 7 cm. Kiinnitä nastaa pahvin keskelle. Kiristä lanka suoraksi ja piirrä nastan ympäri. Mikä ominaisuus piirtämäsi pisteillä on?

---

Mikä on piirtämäsi käyrän nimi? \_\_\_\_\_

- 17) Ota pala pahvia, lankaa, kaksi nastaa ja kynä. Sido nastat lankaan n. 13 cm etäisyydelle toisistaan. Kiinnitä nastat pahviin n. 9 cm etäisyydelle toisistaan. Kiristä kynää langassa ja piirrä samalla, kun kynä liikkuu. (*Tee tämä pisteiden A ja B ylä- ja alapuolelle.*) Piirtämäsi kuvio on nimeltään **ellipsi**. Mikä ominaisuus sen pisteillä on?

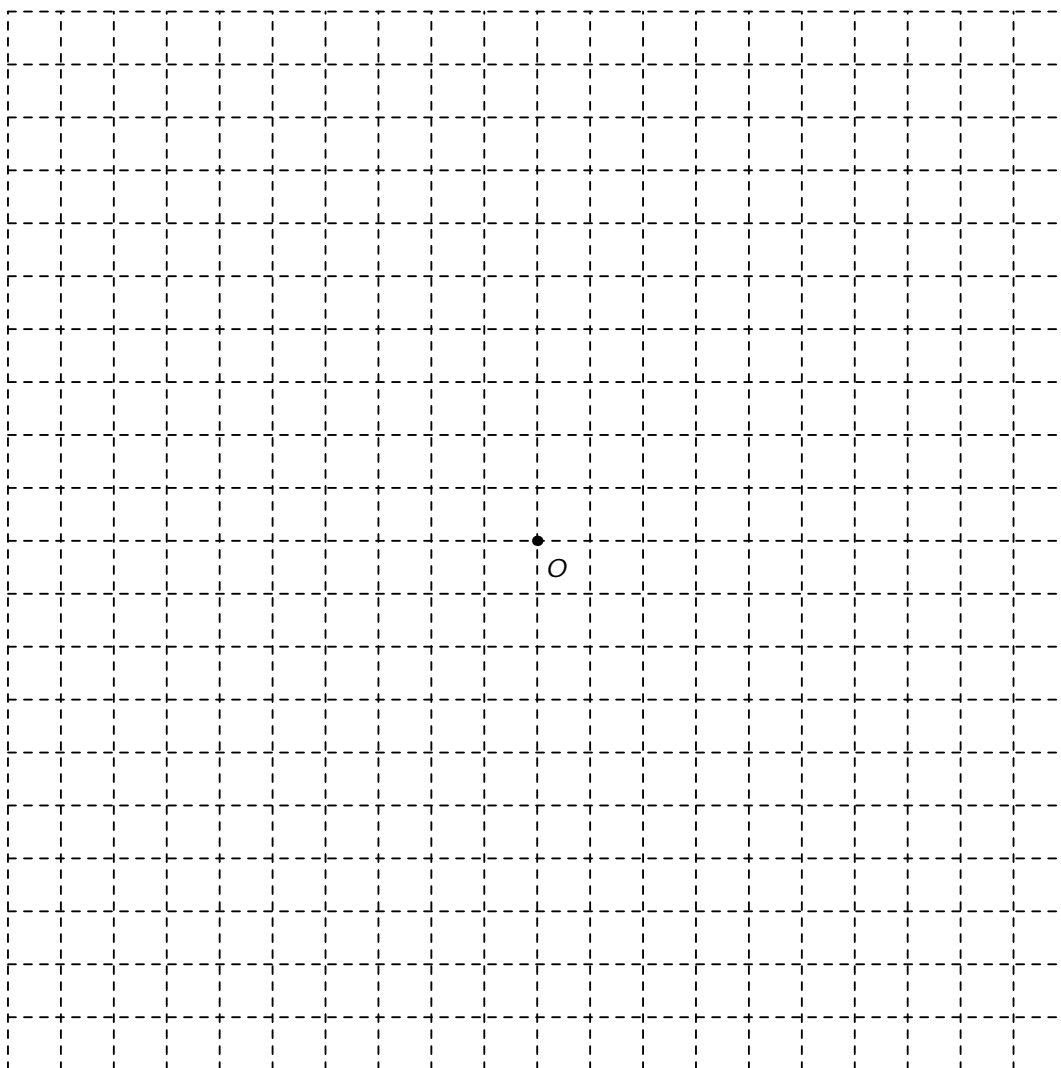
---

Muuta nastojen etäisyyttä ja langan pituutta ja piirrä näin uusia käyriä. Kopioi näistä jokin tehtäväpaperille merkiten myös ”nastojen” eli ellipsin **polttopisteiden** paikat.

- 18) Aloita pisteestä  $O$ . Heitä kahta noppaa. Laske, mikä on jakojäännös, kun silmälukujen summa jaetaan luvulla 4. Yhdistä sitten piste  $O$  viereiseen pisteeseen seuraavan taulukon mukaisesti.

Jakojäännös	Siirry
0	Oikealle
1	Ylöspäin
2	Vasemmalle
3	Alaspäin

Heitä noppia uudelleen ja jatka murtoviivaa.



Mihin pisteisiin voit päästä viidellä heittokerralla? Perustele

Tehkää kaverisi kanssa yhteensä 20 heittokertaa (kumpikin kymmenen) ja laskekaa, kumpi pääsi kauemmas pisteestä  $O$ . Mikä on pisin etäisyys, johon voisitte päästä?

---

Täydennä taulukko jakojäännöksillä

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Millä todennäköisyydellä ensimmäinen siirtymä on

oikealle \_\_\_\_\_ ylöspäin \_\_\_\_\_

vasemmalle \_\_\_\_\_ alaspäin \_\_\_\_\_

## 7. PÄÄTTELY

### 1) Tamás Vargan ongelma:

Joku kertoo maanantaina vitsin viidelle ihmiselle. Seuraavana päivänä, tiistaina, jokainen heistä kertoo saman vitsin kuudelle muulle ihmiselle, jotka kertovat tuon vitsin seitsemälle ihmiselle keskiviikkona.

Kuinka moni kuuli vitsin keskiviikkona? Mieti eri vaihtoehtot.

---

Kuinka moni on kuullut vitsin keskiviikkoon mennessä?

---

Miten havainnollistaisit ongelmanratkaisua piirroksella?

### 2) 200 g suklaata maksaa 3,20€. Kuinka paljon maksaa 1 kg tätä suklaata?

### 3) Tuula osti 0,250 kg juustoa ja lisäksi jäätelöä. Yksi kilogramma juustoa maksoi 12€. Jäätelöt maksoivat 1,20€ kappale. Tuulan ostokset maksoivat yhteensä 11 € 40 snt. Kuinka monta jäätelöä hän osti?

### 4) Pitsasta leikataan pois $\frac{1}{6}$ , $\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{2}$ . Tuliko koko pizza jaettua?

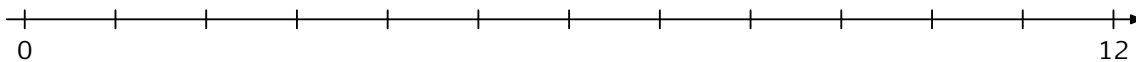
---

Paljonko jäi jakamatta, jos koko pizza ei tullut jaetuksi?

---

- 5) Jos sammakko hyppii minuutissa  $1\frac{2}{3}$  metriä, niin kuinka paljon se etenee 6 minuutissa? \_\_\_\_\_

Piirrä hyppyt lukusuoralle, kirjoita vastaavat luvut ja suorita lasku.



- 6) Mittaa askeleesi pituus: \_\_\_\_\_

Kuinka monta askelparia tarvitset yhden kilometrin kulkemiseen?

\_\_\_\_\_

- 7) Suurempi, pienempi vai yhtä suuri? Merkitse  $>$ ,  $<$  tai  $=$ . Älä käytä laskinta. Yritä selvittää pääättelemällä.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \square \frac{1}{3}$$

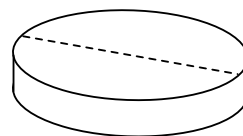
$$\frac{1}{3} \cdot 5 \square \frac{1}{3}$$

$$1\frac{2}{3} \cdot 5 \square 1\frac{2}{3} + 5$$

$$3 - \frac{3}{7} \square 3 \cdot \frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{11} \square \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{3}$$

- 8) Paavo ja Eeva syövät samoja lääketabletteja, jotka annostellaan painon mukaan.



Eeva painaa 75 kg ja syö 3 tablettia päivässä. Paavo painaa 50 kg. Kuinka monta tablettia hän syö päivässä?

\_\_\_\_\_

Minkä painoiselle henkilölle joutuisit annostelemaan  $1\frac{1}{2}$  tablettia?

\_\_\_\_\_

- 9) Jussille on määrätty 75 milligrammaa (lyhennetään mg) lääkettä vuorokaudessa. Tabletit ovat vahvuudeltaan 50 mg. Lääkkeestä otetaan aamulla  $\frac{2}{3}$  ja illalla  $\frac{1}{3}$ . Miten annostelet tabletit?

Aamulla \_\_\_\_\_ tablettia, illalla \_\_\_\_\_ tablettia.

- 10) Paperin alaosassa lukee a)  $2 : 8$ , b)  $4 : \frac{1}{2}$ , c)  $5 \cdot \frac{4}{5}$ . Keksi tähän sopivat sanalliset tehtävät ja laske vastaukset.

a) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 11) Pulloon mahtuu  $\frac{3}{4}$  litraa mehua. Kuinka monta pulloa tarvitset mehun pullottamiseen, jos säiliössä on  $8\frac{1}{2}$  litraa mehua?

\_\_\_\_\_

- 12) Kilo päärynöitä maksaa 6 €. Kuinka paljon maksaa

2 kg? \_\_\_\_\_  $\frac{1}{2}$  kg? \_\_\_\_\_

$\frac{3}{4}$  kg? \_\_\_\_\_  $2\frac{1}{2}$  kg? \_\_\_\_\_

250 g? \_\_\_\_\_

- 13) Kolme miestä ottaa hotellihuoneen, ja maksaa siitä hotellin isännälle 30 euroa. Hetken kuluttua isäntä haluaakin palauttaa 5 euroa miehille. Hotellipoika lähtee viemään palautusta, mutta pistääkin omaan taskuunsa 2 euroa ja palauttaa miehille vain 3 euroa. Nyt miehet ovat maksaneet huoneesta 27 euroa, mikä pojan pihistämän 2 euron kanssa tekee 29 euroa. Mihin katosi yksi euro?

\_\_\_\_\_

- 14) Maija lähti kalastamaan 20 minuuttia aiemmin kuin Kalle. Kalle tuli kalastamasta  $\frac{1}{4}$  tuntia aikaisemmin kuin Maija. Kumpi kalasti kauemmin?

---

Kuinka paljon kauemmin?

---

- 15) Maapallon pinta-ala on  $510\,000\,000\text{ km}^2$  eli 510 miljoonaa neliökilometriä. Tästä  $\frac{7}{10}$  on veden peitossa. Kuinka paljon on maata?

- 16) Ydinvoima- eli uraanivoimareaktorissa syntyy radioaktiivista ainetta nimeltä plutonium-239. Sen puoliintumisaika on 24 100 vuotta. Tämä tarkoittaa, että tuon ajan kuluessa puolet plutonium-239 aineesta on muuttunut toiseksi aineeksi (tämä aine on uraani-235, joka sekin on radioaktiivista).

Piirrä alla olevalle suoralle, milloin vuonna 2010 syntyneestä plutonium-239:stä on jäljellä  $\frac{1}{8}$ . Valitse sopiva yksikkö ja merkitse aikajanelle myös ajanlaskun alku, vuosi 2010 ja ajankohta, jolloin homo sapiensin olemassaolon arvioidaan alkaneen n. 50 000 vuotta ennen ajanlaskumme alkua.

---

## 8. TODENNÄKÖISYYS

- 1) Bussit kulkevat 20 minuutin välein. Menet pysäkillä katsomatta aikataulua. Millä todennäköisyydellä joudut odottamaan

vähintään 5 minuuttia? \_\_\_\_\_

vähintään 10 minuuttia? \_\_\_\_\_

enintään 5 minuuttia? \_\_\_\_\_

enintään 10 minuuttia? \_\_\_\_\_

- 2) Perheessä on yksi lapsi, joka on poika. Millä todennäköisyydellä perheen seuraava lapsi on tyttö? \_\_\_\_\_

- 3) Tiedetään, että kaksilapsisen perheen lapsista toinen on poika. Millä todennäköisyydellä toinen on tyttö? \_\_\_\_\_

- 4) Millä todennäköisyydellä kolmilapsisen perheen lapsista

a) täsmälleen yksi on tyttö? \_\_\_\_\_

b) vähintään yksi on tyttö? \_\_\_\_\_

c) kaikki ovat poikia? \_\_\_\_\_

Pitäisikö summaksi joistakin edellisistä tulla yksi? \_\_\_\_\_

- 5) Heitä kahta noppaa. Kirjaa tulokset sekä laske lukuparien summa ja tulo. Tee näistä taulukko.

Heittoja \_\_\_\_\_ kpl.

Summa parillinen \_\_\_\_\_ kpl, osuus \_\_\_\_\_.

Tulo parillinen \_\_\_\_\_ kpl, osuus \_\_\_\_\_.

Tuliko summasta useammin parillinen vai pariton? \_\_\_\_\_

Tuliko tulosta useammin parillinen vai pariton? \_\_\_\_\_

Yritä selittää tulostasi.

---

Tutki sitten, mikä on todennäköisyys sille, että summa on parillinen, ja sille, että tulo on parillinen. Käytä apuna seuraavia taulukkoja. Merkitse niihin rastilla, milloin summa on parillinen ja milloin tulo on parillinen.

Summan parillisuus:

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Tulon parillisuus:

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Todennäköisyys sille, että summa on parillinen on \_\_\_\_\_

Todennäköisyys sille, että tulo on parillinen on \_\_\_\_\_

Vertaa saamaasi kokeellista tulosta ja laskemaasi teoreettista todennäköisyyttä. Yhdistä tuloksesi muiden kanssa ja tutki, lähenevätkö kokeellinen tulos ja teoreettinen todennäköisyys toisiaan aineiston (heittojen määrän) kasvaessa.

---

## 9. ERI VAIHTOEHTOJEN TUTKIMINEN

- 1) Jari-Petterillä on 2 pientä, 2 mustaa ja 2 vanhaa koiraa. Kuinka monta koiraa hänellä on yhteensä enintään ja vähintään, jos hänellä ei ole muita koiria?

---

- 2) Nelinumeroisessa koodissa käytetään numeroita 0, 1, 2, 3, 4, 5. Kuinka monta erilaista vaihtoehtoa koodille on?

---

- 3) Ovikoodissa on 4 numeroa ja lopuksi kaksi kirjainta. Kuinka monta erilaista ovikoodia näistä saadaan?

---

- 4) Arpalipussa on viisinumeroinen luku, jonka ensimmäinen numero ei voi olla 0. Kuinka monta tällaista lukua on olemassa?

---

- 5) Arpalipussa on kuusinumeroinen luku, jonka ensimmäinen numero ei voi olla 0. Kuinka monta tällaista lukua on olemassa?

---

Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitussa arpalipussa on luku 123456, jos kaikki vaihtoehdot ovat yhtä todennäköisiä?

---

- ★ 6) Kuinka monta erilaista arpalippua voidaan tehdä, jos arpalipussa on  $n$ -numeroinen luku, jonka ensimmäinen numero ei voi olla 0?

---