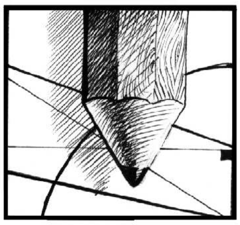

# Paras kiinalainen muki

***Matti Lehtinen***
Helsingin yliopisto

Kauan sitten, 1960-luvun alussa, olin nuori henkilö, jolla oli harrastus. Olin sattumalta kerran valinnut kotimme putkiradiosta lyhyet aallot, vaikka sieltä ei mitään kuulukaan, niin kuin minua oli neuvottu. Sieltä kuului kuitenkin Pakistanin radion englanninkielinen ohjelma. Minusta tuli DX-kuuntelija. Kuuntelin sillä putkiradiolla, hiukan viallisellakin. Elettiin kylmän sodan aikaa, ja radioaalloilla kulki runsaasti propagandaa yli rauta- ja bambuesirippujen, molempiin suuntiin. Voimakkaimmat lähettimet sijaitsivat tuohon aikaan Kiinassa, eikä Pekingin Radion lähetysten seuraaminen ollut putkiradiollakaan ongelma.

DX-kuunteluun liittyy paitsi kaukaisten radioasemien kuuntelu myös tositteiden hankkiminen siitä, että on jonkin tietyn aseman kuullut. Tämä tapahtuu niin, että asemalle kirjoitetaan kirje, niin sanottu vastaanottoraportti, jossa kerrotaan, mitä on kuullut ja miten hyvin lähetys on tullut vastaanottimeen. Asema, jolle radioaaltojen vaihtelevien etenemisominaisuuksien vuoksi on hyötyä kuuntelijatiedoista, lähettää sitten vastavuoroisesti todistuksen, ns. QSL-kortin. Harrastajat pyrkivät tietysti saamaan mahdollisimman hyvän kokoelman näitä kortteja.

Miten tämä liittyy matematiikkaan? No, lähetin aikanaan Pekingin Radioon vastaanottoraportin ja sain myös asianmukaisen QSL-kortin, sinänsä DX-kuuntelijalle varsin vähäarvoisen. Mutta sen lisäksi pääsin tai jouduin ja myös jäin Pekingin Radion postituslistalle. Vuosien mittaan postilaatikkoon putoili – äitini kauhistukseksi – kaikenlaista painotuotetta Kiinasta, Maon Punaisesta kirjasta alkaen. Viikoittain sain myös lentopostipaperille painetun *Peking Review* -nimisen englanninkielisen uutislehden.

1966 alkoi niin sanottu kulttuurivallankumous, Mao Zedongin masinoima massiivinen ja seurauksiltaan varsin traaginen, Kiinan yhteiskuntarakenteita järkyttämään ja murtamaan pyrkivä liike. Siihen liittyvän pienen matematiikkaa sivuavan episodin sain lukea minulle edellä kuvatuista syistä postitetusta uutislehdestä. Näin kertomus etenee.

Kiinassa oli yliopisto, jossa opetettiin matematiikkaa. Opiskelijat olivat sielläkin passiivisia eikä luennoitsija voinut tilanteelle mitään. Kunnes hän eräänä päivänä saapui luennolle kädessään peltimuki. ”Toverit opiskelijat, matematiikan avulla voimme tehdä peltimukit niin, että niihin tärväytyy mahdollisimman vähän rautaa, jota sitten voidaan käyttää muihin tärkeämpiin vallankumouksellisiin tarkoituksiin.”

Todellakin, on yksinkertainen optimointitehtävä rakentaa tietynvetoinen kanneton lieriönmuotoinen astia niin, että materiaalia tarvitaan mahdollisimman vähän. Oletetaan, että astian tilavuus on $V$, sen korkeus on $h$ ja pohjan säde $r$. Peltiä kuluu silloin pinta-alan yksiköissä mitaten (jos saumoihin ehkä tarvittavat ylitykset ja mukin mahdollinen korva unohdetaan) pohjaan $\pi r^2$ ja vaippaan, joka muodostuu $h$-korkuisesta suorakaiteesta, jonka toinen sivu on pohjan ympärys, $2\pi rh$, yhteensä siis $A = \pi r^2 + 2\pi rh$. Mutta $r$ ja $h$ eivät ole toisistaan riippumattomat, vaan $V = \pi r^2 h$

eli $h = \dfrac{V}{\pi r^2}$. Siten $A$ on esimerkiksi vain $r$:n funktio, $A = A(r) = \pi r^2 + \dfrac{2V}{r}$. $A$:n minimi löytyy helposti $A$:n derivaatan $A'(r) = 2\pi r - \dfrac{2V}{r^2}$ ainoasta positiivisesta nollakohdasta $r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Kiinalaisen yliopiston matematiikanopetuksen kuvaus jatkui tästä haltioituneesti. Opiskelijat havaitsivat nyt, että matematiikasta on hyötyä vallankumouksessa. Aikaisempi välinpitämättömyys muuttui palavaksi innostukseksi, joka säilyi ainakin kurssin loppuun asti.

Olen itsekin saanut aika monesti opettaa yksinkertaisen ääriarvotehtävän ratkaisua. Usein olen muistanut *Peking Review*'n rohkaisevan kertomuksen ja yrittänyt toistaa sen, mitä luin Kiinassa tapahtuneen. Menestykseni ei ole ollut sama. Ehkä en ole osannut kertoa tarinaa oikein, ehkä metallin säästöä mukinrakennuksessa ei Suomessa koeta kovin ihmeelliseksi asiaksi. Mutta asialla on toinenkin ulottuvuus. Jos tarkastellaan lähemmin optimaalista mukia ja sen muotoa, niin huomataan, että minimipeltimukin korkeus on

$$h = \frac{V}{\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}} = r.$$

Mukin pohjan halkaisija on siis kaksi kertaa mukin korkeus, joten muki on varsin laakea, ennemmin vati kuin muki. Laakeasta astiasta tunnetusti läikkyy helposti, joten pahimmillaan Kiina saattoi menettää juomien läikkymisessä sen, minkä pellissä säästi.

Ääriarvotehtävän ratkaisu on laajemmasti ajatellen optimointia, parhaan vaihtoehdon etsimistä. Mutta mikä on paras? Melkein aina jonkin ominaisuuden suhteen mahdollisimman hyvä asia jättää jonkin muun suhteen toivomisen varaa. *Monitavoiteoptimointi* on sovelletun matematiikan tai operaatioanalyysin ala, joka pyrkii etsimään hyviä menetelmiä tilanteisiin, joissa ratkaisuun kohdistuu ristiriitaisia vaatimuksia. Mutta tällöin joudutaan väkisin pelkän laskennon ulkopuolelle, ottamaan huomioon ihmisen mieltymyksiä ja valintoja. Näin on matematiikan ja muiden maailman ilmiöiden välinen suhde yleisemminkin: matematiikka ei yksin tuota käytännön ongelmien ratkaisua, mutta se on työväline, jota käyttäen ratkaisujen äärelle päästään.

Solmun verkkoversiossa on ilmestynyt Markku Halmetojan ja Jorma Merikosken kirja Matemaattista fysiikkaa lukiolaiselle. Kirja on osoitteessa `http://solmu.math.helsinki.fi/2009/mfl.pdf`

Solmun keskustelupalsta on osoitteessa `http://solmu.math.helsinki.fi/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl`