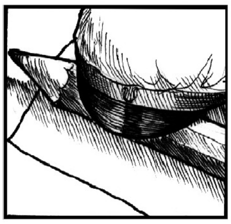

Laskutikulla silmään

Lehtori K.

Jatketaan Solmussa 3/2012 ollutta tarinaa muinaisista ylioppilastehtävistä. Tutkittavaksi jäi vuoden 1903 kevään kuudentena kysymyksenä ollut yhtälöryhmä

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ bx + ay + cz = d \\ cx + by + az = d, \end{cases}$$

missä kertoimet a, b ja c oletetaan keskenään erisuuriksi. Kirjassa [1], ja myös Kalle Väisälän kuuluisassa oppikirjassa [2], tehtävän ratkaisuksi annetaan

$$x = y = z = \frac{d}{a + b + c},$$

mikä tietenkin toimii vain silloin, kun $a + b + c \neq 0$. Muussa tapauksessa on kaksi vaihtoehtoa: i) jos $d \neq 0$, niin yhtälöryhmällä ei ole ollenkaan ratkaisua, ja ii) jos $d = 0$, niin ratkaisu on $x = y = z = t$, missä t on mielivaltainen reaaliluku. Nykylukion vektorikurssin suorittanut ymmärtää tämän ratkaisun geometrisestikin: ryhmän yhtälöt esittävät xyz-koordinaatiston kolmea tasoa, joiden yhteiset pisteet muodostavat origon kautta kulkevan suoran

$$(x, y, z) = t(1, 1, 1),\ t \in \mathbb{R}.$$

Entisaikojen koulumatematiikassa ei nähtävästi ainakaan yhtälöiden osalta paljoakaan perustettu matemaattisesta täsmällisyydestä. Tietynlainen looginen tarkkuus alkoi ns. uuden matematiikan myötä 1970-luvulla. Jotakin hyvääkin siitä kokeilusta siis saatiin!

Koeviikon alkaessa lehtori etsi lukemattomista kirjoistaan lapsille sopivia tehtäviä, ja käteen osui taas tämä mainio yo-tehtävien kokoelma [1] ja siitä vuoden 1934 keväällä kysytty kakkostehtävä:

Piste P liikkuu vakinaisella nopeudella pitkin x-akselia origoa kohti, kunnes se saapuu pisteeseen Q, josta se nopeudella, joka on puolet edellisestä, jatkaa matkaansa y-akselilla olevaa annettua pistettä R kohti. Missä kohdassa pisteen Q tulee sijaita, jotta piste P mahdollisimman pian saapuisi pisteeseen R? Piirrä kuvio ja merkitse pisteen Q oikea paikka.

Mutta tämähän on ääriarvotehtävä! Miten niitä käsiteltiin 30-luvulla, kun differentiaalilaskentaa alettiin lukioissa opiskella vasta sotien jälkeen? Lehtorikin joutui tovin raapimaan loputtoman koulunkäynnin kovettamaa luunkuoriaistaan kysymystä miettiessään. Tuon ajan lukiolaisille ongelma lienee ollut helppo, sillä tehtäväkokoelman [1] ratkaisuosastossa annetaan ainoastaan vastauksena oleva piste Q ja opastetaan merkitsemään se x-akselille ”geometrisesti oikein”. Jääköön tehtävä aktiivisen lukijan pohdittavaksi ehdolla, että ratkaisussa ei saa soveltaa ns. korkeampaa matematiikkaa! Lehtori palaa asiaan jossakin myöhemmässä Solmussa.

Viitteet

[1] R. Laurén, E. Kannisto, *Matemaattiset tehtävät ylioppilastutkinnossa vuosina 1895–1935*, kahdeksas painos, Gummerus osakeyhtiö, 1935.

[2] K. Väisälä, *Algebran oppi- ja esimerkkikirja 2, pitempi kurssi*, kahdeksas painos, WSOY 1966.