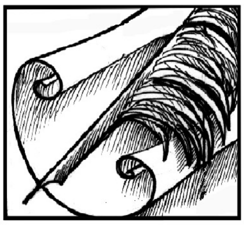

Kaikki, minkä tietää itse, on triviaalia

Pääkirjoitus

Luin vähän aikaa sitten mainion kolumnin Yleisradion verkkosivulta. Kolumnin aiheena oli, miten politiikantoimittajien pitäisi ottaa oppia urheilutoimittajilta, jotta tekstit olisivat vähän vauhdikkaampia ja vetoaisivat massoihin paremmin. Kolumni ei varmastikaan ollut yliampuvuudessaan kovin tosissaan kirjoitettu, mutta ryhdyin silti miettimään, että meillä matematiikassa on ehkä hieman samaa ongelmaa kuin politiikasta kirjoittavillakin: vauhti ja vaaralliset tilanteet vetoavat massoihin, mutta oikeasti homman pointti on usein teknisissä yksityiskohdissa (ja silloinkin, kun omasta mielestämme kyse on suurista kuvioista, on se suurille massoille järkyttävän teknistä).

Ensimmäinen ongelma on tietysti haastavuus: Urheiluselostuksesta voi ymmärtää hyvin paljon ilman suurempaa koulutusta. Jotain voi jäädä ymmärtämättä, mutta se tuskin pilaa kokonaiskuvaa. Matemaattisesta selityksestä ei ymmärrä välttämättä edes yhtä prosenttia ilman asianmukaista koulutusta. Asianmukainen pitää tässä ymmärtää joustavasti: Joskus riittää innostus tai matematiikan lukio-opinnot jo pitkälle. Toisinaan ei edes näennäisesti oikean alan tutkimus. Moni meistä ammatikseen yliopistolla työskentelevistä on varmasti joskus ollut kuuntelemassa muka yleistajuista esitelmää, josta on ehkä ymmärtänyt otsikon ja ensimmäisen minuutin, jos sitäkään.

Eräs luennoitsija Helsingin yliopistolla totesi fuksikurssilla, että pitää olla tarkkana kehittäessään tenttitehtäviä: jos luennoitsijan mielestä tenttitehtävät ovat mielenkiintoisia, ovat ne auttamatta liian haastavia kurssikokeeseen. Tähän lausahdukseen tiivistyy osa matematiikasta kertomisen ongelmallisuudesta: ne asiat, joista olemme oikeasti innoissamme, ovat usein todella haastavia. Minä itse voin myöntää olevani hirvittävän innostunut esimerkiksi yleistettyjen Lin kertoimien asymptotiikasta ja riippuvuuksista nollakohtiin, mutta en unelmoisikaan kertovani tästä kovin tarkasti kenellekään, jolla ei ole matemaattista koulutusta. Voisin ehkä yrittää pikkuisen raapaista pintaa. Silloinkin joutuisin asettamaan sanani todella tarkasti, jotta en heti pelottaisi kuulijaa pois. Silti riskinä olisi, että kuulijani pelästyisi samanaikaisesti, kun itse tuntisin, että vielä ei päästy edes asiaan, ja silloin, jos tuntuu siltä, että vielä ei edes puhuta asiasta, on paljon hankalampi olla innostunut kuin jos puhuu juuri siitä, mistä haluaisikin puhua.

En yritä sanoa, että matematiikasta (tai politiikasta) pitäisi puhua silmät kiiluen ja jääkiekkoselostajalta kuulostaen. Väitän kuitenkin, että kuulijankin näkökulmasta asia on kiinnostavampaa, jos puhuja kuulostaa innostuneelta, eikä vain esitä lakonista monologia.

Vähän aikaa sitten rikottiin uusi alkulukuennätys. Suurin tunnettu alkuluku on nyt $2^{74207281} - 1$. Se on aivan valtava. Kun se kirjoitetaan kymmenjärjestelmässä, on siinä noin 22 miljoonaa numeroa. Otin hyllystäni ensimmäisen käteen osunneen kirjan, ja laskin miten monta merkkiä sivulle mahtuisi. Vastaus oli vajaa 2000. Kirja oli toki Heli Laaksosen Lähtisiks föli?, jossa on nähdäkseni hieman normaalia väljempi ladonta. Melko turvallisesti voi kuitenkin arvioida, että yli neljää tuhatta merkkiä ei sivulle siististi survottaisi. Tällaisia neljän tuhannen merkin sivuja uusi alkuluku siis täyttäisi noin 5500, eli ehkä kymmenen tai useamman-kin normaalihkon kirjan verran. Uuden alkuluvun kymmenjärjestelmäesityksestä saisi siis jopa kirjasarjan!

Tällaisen uuden valtavan alkuluvun löytyminen on periaatteessa helppo uutisoitava, ja siitä on helppo kertoa massoille. Alkuluvun määritelmä on helppo antaa, ja kuka tahansa tajuaa, että kirjasarjan täyttävä luku on valtava. Mutta entäs sitten? Valtavan isolla alkuluvulla ei kuitenkaan ole lopulta niin paljon merkitystä. Sillä on merkitystä, että iso luku voidaan todistaa alkuluvuksi. Se kertoo menetelmien toimivuudesta. Sitä varten mahdollisesti pitää kehittää uusia menetelmiä todistaa, että luku on alkuluku, mutta sillä mikä luku tarkasti ottaen on uusi suurin löytynyt alkuluku, ei ole niin paljon väliä.

Tyypillisesti uudet alkulukuennätykset ovat muotoa $2^p - 1$, missä p on myös alkuluku. Tällaisia alkulukuja kutsutaan Mersennen alkuluvuiksi. Alun perin uskottiin, että kaikki muotoa $2^p - 1$ olevat luvut ovat alkulukuja, kun p on alkuluku, mutta jo $2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 89$ onkin yhdistetty luku. Tähän päivään mennessä Mersennen alkulukuja on löydetty 49 kappaletta, pienin niistä on $3 = 2^2 - 1$ ja suurin tämä juuri löytynyt jättiläinen. Mersennen alkulukuja uskotaan olevan äärettömän paljon, ja tokihan aina uuden sellaisen löytyminen vahvistaa tätä uskoa. Mersennen alkuluvut ovat kuitenkin hyviä kandidaatteja alkulukumetsästykseen, sillä niistä voidaan luvun suuruuteen nähden varsin säädyllisellä vaivalla tarkistaa, ovatko ne alkulukuja vai ei. Tällä yksinkertaisuudella on kuitenkin hintansa: se, että kaikki alkulukuennätykset ovat samaa muotoa, antaa kovin vähän informaatiota erityyppisistä luvuista.

Toinen tunnettu ennätysten etsinnän muoto on suurten alkulukukaksosten metsästys. Lukuparia $p, p+2$ kutsutaan alkulukukaksosiksi, mikäli ne molemmat ovat alkulukuja. Tähän metsästykseen liittyy osin sama liikkeelle laittava voima kuin Mersennen alkulukuihinkin: niitä uskotaan olevan äärettömän paljon, mutta sitä ei ole todistettu.

Eräs Helsingin yliopiston maineikas professori totesi taannoin, että kaikki omat tulokset tuntuvat triviaaleilta. Näinhän se usein on: olen pahimmillaan takonut päätä seinään puoli vuotta todistaakseni jonkin tuloksen, ja tuloksen ollessa valmis miettinyt, että se on kyllä niin triviaali, että ainakaan todistuksessa ei ole mitään mielenkiintoista. (Onneksi tulos itsessään oli ihan hyvä, niin se tuntui yhä julkaisemisen arvoiselta.) Minun tekisi mieleni lisätä, että lopulta hyvin moni asia, jonka tietää, tuntuu triviaalilta, varsinkin jos asian tuntee hyvin.

Alkulukuennätysten kohdalla triviaalius on hieman eri tasolla: En väitä tuntevani alkulukujen etsintäprojekteja. Jos tuntisin, puhuisin varmaan niistä innoissani (juuri niistä teknisistä detaljeista). Sen sijaan tiedetään, ja on tiedetty jo hyvin pitkään, että alkulukuja on äärettömän paljon. Silloin se, että uusi ennätyssuuri luku löytyi, ei tunnu niin ihmeelliseltä, vaikka menetelmät ja urakkaan käytetyt työtunnit kaiken mahdollisen huomion ansaitsivatkin.

Voi hyvin olla, että olen koko tämän kirjoituksen ajan aliarvioinut suuria massoja. Ehkä niistä alkulukutestien menetelmistä voisi puhua karkealla tasolla. Ehkä myös niistä Lin kertoimista. Olenhan lopulta yrittänyt kertoa modulimuodoistakin ihmisille, joilla ei ole matemaattista koulutusta. Seuraus ei ole ollut järkytys, vaan selitykseni kuunteleminen, ja välillä keskeyttäminen, jos jokin sana on ollut vieras. Ihan helppoa se ei varmasti ole kummallekaan osapuolelle ollut, mutta aika palkitsevaa.

Anne-Maria Ernvall-Hytönen