



## Solmun ongelmapalsta

Koska tämänkertaisessa Solmussa riittää varmasti ratkaisuja luettavaksi pitkässä matematiikkaolympiajutussa, jätetään tällä kertaa pulmapalstalta kaikki ratkaisut pois. Suureen osaan aiemmin ilmestyneitä tehtäviä voi siis yhä lähettää ratkaisuja. Mikään ei tietenkään estä lähettämästä ratkaisua sellaiseenkin tehtävään, jonka ratkaisu on jo julkaistu. Jos uusi ratkaisu on nätti ja aidosti erilainen kuin aiemmin julkaistu, julkaisemme toki toisenkin ratkaisun mielellämme.

Numeron 2018/1 pulmapalstan materiaalit (tehtävähodotukset ja ratkaisut) toivotaan vuoden 2017 loppuun mennessä osoitteeseen aernvall@abo.fi.

### Tehtävät

**Tehtävä 1.** (Ehdottanut Meea Kolehmainen) Äärettömän suuri lattia on laatoitettu neliönmuotoisilla laatoilla, jotka ovat kooltaan metri kertaa metri. Jokainen piste, jossa neljä laattaa kohtaavat, on merkitty punaisella.

Lisäksi on olemassa ääretön kasa laattoja. Laatat eivät välttämättä ole samanmuotoisia. Laatat kuitenkin täyttävät seuraavat ehdot:

a) Kaikki laatat ovat keskenään samankokoisia pinta-alaltaan ja yhden laatan pinta-ala on jokin positiivinen luku  $A$ .

b) Jokainen yksittäinen laatta mahtuu ympyrän sisään, jonka säde on 10 metriä.

c) On mahdollista peittää koko äärettömän suuri lattia kasan laatoilla niin, että jokainen laatta peittää täsmälleen yhden punaisen pisteen. Yksikään piste ei kuitenkaan ole laatan reunalla.

Mitkä ovat luvun  $A$  mahdollisia arvoja?

**Tehtävä 2.** (Ehdottanut Osmo Huhtala) Kaksi ympyrää leikkaavat toisensa siten, että niiden leikkauksen pinta-ala on 50. Ympyrät ovat eri kokoisia, ja tiedetään, että pienemmän ympyrän pinta-ala on 100 ja että suuremman ympyrän keskipiste on pienemmän ympyrän kehällä. Mikä on suuremman ympyrän pinta-ala?

**Tehtävä 3.** (Mukaelma vanhasta meksikolaisesta kilpailutehtävästä) Väärennetyn rahan kasassa on seteleitä, joiden arvot ovat  $1, 2, 3, \dots, 10$  euroa. Jokaista seteliä on täsmälleen yksi kappale. Setelit jaetaan niin, että Anna saa 16 euroa, Bruno 4 euroa, Ceasar 7 euroa, Daavid 11 euroa ja Eeva 17 euroa. Keiden kaikkien on mahdollista saada kuuden euron seteli?

**Tehtävä 4.** (Vanha britannialainen kilpailutehtävä) Iisakilla on valtava määrä punaisia, valkoisia ja sinisiä pelinappuloita. Hän asettaa niitä  $8 \times 8$ -shakkilaudan ruutuihin niin, että laudan jokaisessa ruudussa on pelinappula. Kummanlaisia mahdollisuuksia on enemmän, sellaisia, joissa punaisia nappuloita on parillinen vai pariton määrä?