



Kuorolaulua, ojankaivuuta ja lounasperunoita

Pääkirjoitus

Tämän syksyn lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen tehtävä 12.3 on kerännyt ehkä enemmän huomiota kuin mikään matematiikan virheetön ylioppilastehtävä koskaan. Siltä varalta, että joku ei ole tehtävää vielä nähnyt, oli tehtävän muotoilu seuraava:

Erään musiikkikappaleen esittämiseen kuuluu 40-henkiseltä kuorolta 7 minuuttia ja 40 sekuntia. Eräässä esityksessä kolme kuoron jäsentä on flunssan takia poissa. Kuinka kauan tämän kappaleen esittämiseen kuuluu 37-henkiseltä kuorolta?

Tehtävästä oli jaossa kaksi pistettä, joka vastaa aiemmallalla 60 pisteen maksimilla yhtä pistettä, koska nykyinen maksimipistemäärä on 120.

Tätä tehtävää on ihmetelty. Sitä on haukuttu. Sitä on kehuttu. Sille on naurettu, sitä on pohdittu. Kaikilla tuntuu olevan joku mielipide.

Tälle myös Ylioppilaskunnan laulajat julkaisi oman ratkaisunsa Facebookissaan:

Saimme korvanappiimme tiedon, että eräs lyhyen matematiikan yllpäritehtävä oli aiheuttanut erityistä päänvaivaa syksyn abiturienteille. Eipä hätää! Yleisön pyynnöstä julkaisemme nyt tähän erityisalaamme koskevaan pulmaan (epä)virallisen ja täsmällisen mallivastauksen:

Kakkosbasso Matin flunssa on tarttunut kuoronjohtajaan, joka haluaa siksi nopeammin kotiin: -30 sek. Ykköstenori Jouni on tyypillisesti äänekäs ja kiilaava. Hänen poissaolostaan +7 sek. Baritoni Otso laulaa pois-

saolevan Ilkan rubatosoolon normaalia hitaammin: +10 sek. Tulos: 7 min 27 sek

Minä itse tykkään tästä tehtävästä kovasti. Minusta tämä oli sympaattinen, hiukan tavallisesta poikkeava – sellainen tehtävä, mikä luultavasti ei tule koulukirjassa vastaan. Vaikka kokeessa pitää mitata perusosaamista, niin sitäkin on mitattava, että kokelas osaa soveltaa oppimaansa uudessa tilanteessa. Lisäksi tehtävä sopi kokonaisuuteensa hyvin. Ekassa kohdassa kysyttiin marmeladilevyn leikkaamisesta, jolloin riippuvuus oli neliöllinen, tokassa kohdassa pohdittiin lounasperunoita, eli riippuvuus oli kuutiollinen, viimeisessä kohdassa oli kuoro, eli riippuvuus oli nollanteen potenssiin.

Kuitenkin tehtävän todellisen arvon olen ymmärtänyt vasta keskustelun kautta, koska keskustelussa on paljastunut mielenkiintoisia ajatusmalleja.

Yksi ensimmäisistä kommentteista, jonka näin, haukkui tehtävän, koska tehtävässä ei tiennyt, pitäisikö se ratkaista järjellä vai matematiikalla. Tämä teema on toistunut myöhemminkin. Olen periaatteessa lähes aina tiennyt, että matematiikkaa usein pidetään mystisenä kokoelmana erilaisia hieman outoja sääntöjä, joille ei järkevää vastinetta reaali maailmasta löydy. Todellisuudessa asia ei ole näin, vaan säännöt ovat loogisia, koulumatematiikan säännöille löytyy vastine reaali maailmasta, ja itse asiassa ne säännöt hallitsevat koko maailmaa. On kuitenkin todella silmiä avaavaa lukea kommentti, jossa asetetaan järki ja matematiikka vastakkain: tehtävän ratkaiseminen järjellä sulkee pois sen

vaihtoehdon, että tehtävä ratkaistaisiin matematiikal-
la. Ei se näin voi mennä!

On tietysti totta, että kuorotehtävä ei ole perinteinen
laskutehtävä. Tunnettu ja tutkittu harhaluulo on, että
matematiikan tehtävät sisältävät aina laskuja. Se, että
tehtävä ei ole laskutehtävä, ei kuitenkaan tarkoita, et-
teikö se olisi matematiikan tehtävä ja etteikö sitä voisi
matemaattisesti ratkaista.

Toinen mielenkiintoinen kommenttityyppi on se, jossa
todetaan, että todellisuudessa mitkään kaksi esitystä
eivät ole samanlaiset. Lisäksi asiaan vaikuttaa esimer-
kiksi se, millaisia poissaolevat laulajat ovat. Tämä on
epäilemättä todellisuudessa täysin totta. Tämä kuiten-
kin herättää ainakin minussa joitakin kysymyksiä teh-
tävien tulkinnasta.

Kautta aikain on ratkottu ojankaivuutehtäviä, esimer-
kiksi siis sellaisia, joissa kerrotaan vaikkapa, että viidel-
lä miehellä kestää viisi päivää kaivaa oja. Sen jälkeen
kysytään, missä ajassa kolme miestä kaivaisi ojan.

Lyhyen kokeen tehtävän 12.2 puolestaan oli seuraavan-
lainen:

*Lassi Lounastaja on tottunut syömään lounaallaan kak-
si isoa perunaa. Eräänä päivänä tarjolla on pieniä pe-
runoita, joiden halkaisija on vain 60 prosenttia ison
perunan halkaisijasta. Kaikki perunat ovat yhdenmuo-
toisia. Kuinka monta pikkuperunaa Lassin pitäisi syödä
saadakseen saman verran perunaa?*

Tehtävä on suoraviivainen ja helppo laskea. Jostain
syystä kuitenkin tästä ei ole huomautettu, että todellisuudessa perunat eivät ole täysin symmetrisiä, eli se 60 prosenttia on vain arvio. Lounasperunoiden kohdalla en ainakaan itse ole myöskään törmännyt niin standardoituihin perunakokoihin, että tietäisin täsmälleen

millainen on suuri peruna, jollainen tehtävässä 12.2. oli
lähtökohtana.

Ojankaivuun kohdalla taas olisin melko hämmästynyt,
jos kaikki kaivajat tekisivät työtä täsmälleen yhtä nopeasti. Emmehän tiedä, ovatko ne kolme kaivajaa viiden osajoukko, ja jos ovat, onko kyseessä kolme nopeinta, kolme hitainta vai jotain muuta.

Tehtävissä joutuu siis jossain määrin uskomaan ja luot-
tamaan tehtävänantoon ja yksinkertaistamaan asetel-
maa todellisuudesta. Se ei kuitenkaan tee tehtävän tul-
kintaa tai ratkaisemista hankalammaksi, eikä myös-
kään aiheuta keskustelua. Usein myös hieman vähäi-
sempi informaatiomäärä pitää tehtävän luettavampa-
na, hallittavampana, ja täten myös ymmärrettävämpä-
nä. Tulos on silti varsin hyvä, mutta siinä on pieniä
epävarmuustekijöitä ja hyvin oletettavasti pientä heit-
toa todellisuuteen. Osa osaamista on nähdä tehtävässä
se, mikä on oleellista.

Minusta on hyvin mielenkiintoista, mutta toisaalta
myös hyvin tervetullutta pohtia sitä, millä oletuksil-
la ratkomme tehtäviä, ja miksi jossain tehtävässä jokin
yksityiskohta on ongelmallinen, kun se toisessa tehtä-
vässä ei sitä ole.

Kerrottakoon vielä lopuksi, että kuuntelin tätä kirjoit-
taessani Janne Mertasen loistavan vuoden 2000 nau-
hoituksen Chopinin preludista numero 15 opuksesta
28 (niin kutsuttu Sadepisarapreludi). Tällä levytyksel-
lä sen kesto oli 5 min 22 s. Jos olisin valinnut Vladimir
Ashkenazyn vuoden 2012 Deccan julkaisemalla levyllä
olleen version, olisi kesto ollut 5 minuuttia ja 13 se-
kuntia. Kyllä, kappaleiden kestot vaihtelevat soittajan
mukaan, kuten myös ojankaivuun nopeus vaihtelee kai-
vajan mukaan.

Anne-Maria Ernvall-Hytönen