

## SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN FINAALI OULUSSA 31.3.2012

- (1) Kirjoitetaan luku  $\frac{7}{11}$  auki desimaaleina. Mikä on sen sadas desimaali (eli sadas numero desimaalipilkun jälkeen)?

**Ratkaisu.** Huomataan laskemalla, että

$$\frac{7}{11} = 0,636363636\dots$$

Joka toinen desimaali on siis sama. Sadas desimaali on täten sama kuin toinen, eli 3.

- (2) Laske:

$$(2012 - 0)(2011 - 1)(2010 - 2)(2009 - 3) \cdots (2 - 2010)(1 - 2011)(0 - 2012).$$

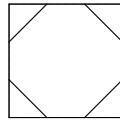
**Ratkaisu.** Keskimmäisin tulontekijä on  $(1006-1006)=0$ . Lausekkeen arvo on siis nolla.

- (3) Tytär ja äiti ovat yhteensä 52 vuoden ikäisiä, tytär ja isoäiti 75 vuotta, ja äiti ja isoäiti yhteensä 101 vuotta. Selvitä tyttären, äidin ja isoäidin iät.

**Ratkaisu.** Aloitetaan laskemalla kaikkien parien iät yhteen, sillä näin saadaan äidin, tyttären ja isoäidin ikien summa kahdesti:  $52 + 75 + 101 = 228$ . Yhteensä siis äidin, tyttären ja isoäidin ikä on  $\frac{228}{2} = 114$ . Toisaalta, äidin ja tyttären yhteenlaskettu ikä on 52, eli isoäidin ikä on  $114 - 52 = 62$ . Tämän jälkeen isoäidin ja tyttären yhteenlasketusta iästä on helppo laskea tyttären ikä:  $75 - 62 = 13$  ja isoäidin ja äidin iästä äidin ikä:  $101 - 62 = 39$ .

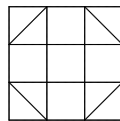
Vielä tarkistus: isoäiti+tytär:  $62 + 13 = 75$ , äiti+tytär:  $39 + 13 = 52$  ja isoäiti+äiti:  $62 + 39 = 101$ , kuten pitäisikin.

- (4) Neliön sisälle on piirretty kahdeksankulmio seuraavan kuvan osoittamalla tavalla:



Tässä kahdeksankulmion kärjet jakavat neliön jokaisen sivun kolmeen yhtä pitkään osaan. Mikä on neliön ala, jos kahdeksankulmion ala on yksi?

**Ratkaisu.** Jaetaan kahdeksankulmio pieniksi neliöiksi seuraavalla tavalla:



Tästä kuvasta nähdään, että kahdeksankulmion ala on kaksi pientä neliötä pienempi kuin alkuperäisen ison neliön ala, eli  $\frac{7}{9}$  ison neliön alasta. Ison neliön ala on siis  $\frac{1}{(\frac{7}{9})} = \frac{9}{7}$ .

- (5) Mitä voit sanoa positiivisesta kokonaisluvusta  $n$ , jos 252 nallekarkkia voidaan jakaa tasan  $126 + n$  henkilölle?

**Ratkaisu.** Saakoon jokainen henkilö  $k$  nallekarkkia. Tällöin  $252 = k(126 + n)$ . Jos nyt olisi  $k \geq 2$ , niin olisi

$$252 = k(126 + n) \geq 2(126 + 1) = 2 \cdot 127 \geq 254,$$

mikä on mahdotonta. On siis oltava  $k = 1$ , jolloin  $126 + n = 252$  ja edelleen

$$n = 252 - 126 = 126.$$