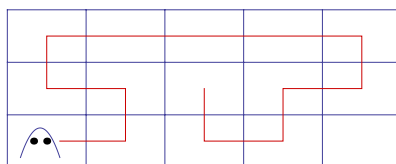


LOPPUKILPAILU 15.3.2014

1. Kartanon isäntä on murhattu työhuoneessaan. Kartanon yläkerran pohjapiirros on ohessa. Siellä on siis 15 huonetta 3×5 -ruudukon mukaisesti. Isännän työhuone on nurkassa, ja takkahuone keskellä. Isännän haamu ei tiedä, kuka murhaaja on, mutta hän tietää, että murhaaja asuu jossakin yläkerran 13 muusta huoneesta (pois lukien takkahuone ja työhuone). Haamu haluaa siis käydä työhuoneesta lähtien kummittelemassa jokaisessa huoneessa, täsmälleen yhden keran kussakin, ja lopuksi poistua takkahuoneen savupiipun kautta. Haamu pystyy kulkemaan seinien läpi, mutta ei nurkkien läpi. Kuvassa on esitetty yksi mahdollinen haamun reitti. Huomaat, ettei tämä reitti kuitenkaan toteuta haamun vaatimuksia, sillä yksi huone jää tässä siltä vierailematta. Auta haamua löytämään sopiva reitti, tai perustele, miksi sellaista reittiä ei ole olemassa, jolloin haamu on tuomittu kummittelemaan kartanossa ikuisesti.



2. Pyykkikoneessa on 15 sukkaa, joista 12 sukkaa muodostavat 6 keskenään erilaista paria. Loput kolme ovat parittomia, jokainen siis erilainen kuin mikään muu sukka. Pyykkikoneesta otetaan sokkona kaksi sukkaa. Millä todennäköisyydellä nämä kaksi sukkaa muodostavat parin?

3. Etsi kaikki positiiviset kokonaisluvut x ja y , joille

$$x^3 + y = 64$$

4. Luokalla on 8 jääkiekkokorttien keräilijää. Jokaisella on 8 kappaletta omaa suosikkikorttiaan, mutta kaikki ovat yhtä mieltä siitä, että muidenkin kortit ovat hyviä. Niinpä he sopivat suuresta vaihtokaupasta välitunnilla. Välitunti on kuitenkin lyhyt, ja jokainen ehtii sen aikana tehdä vaihtokaupan vain kolmen muun keräilijän kanssa. Miten vaihtokaupat tulee järjestää, jotta välitunnin jälkeen jokaisella olisi 8 erilaista korttia? [Yhdessä vaihtokaupassa vaihdetaan niimonta korttia kuin halutaan, täsmälleen yhtä moneen korttiin.]

Vihje: Voit ensin miettiä tehtävää, jossa keräilijöitä on 4, jokaisella on 4 samantyyppistä korttia ja aikaa on vain kahteen vaihtokauppaan oppilasta kohti.

5. Neliön pinta-alan suuruus on A . Piirretään uusi neliö, jonka sivun pituus on puolet ensimmäisen neliön sivun pituudesta. Piirretään sitten neliö, jonka sivun pituus on kolmasosa toisen neliön sivun pituudesta. Jatketaan näin, kunnes on piirretty neliö, jonka sivun pituus on yksi kuudesosa sitä edeltävän neliön sivun pituudesta. Mikä on viimeisen neliön pinta-ala?

