

OULUN SEUDUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILUN FINAALI 17.4.2021

Muista kirjoittaa ratkaisuihisi riittävästi välivaiheita ja perusteluja!

1. Jussilla on kaksi kymmenen litran ämpäriä ja yksi kolmen litran ämpäri. Suuremmista ämpäreistä toisessa on vettä yhdeksän litraa, ja toinen on täsmälleen puolillaan. Kolmen litran ämpäri on tyhjä.

Jussi haluaa mitata suurempiin ämpäreihin kumpaankin täsmälleen seitsemän litraa vettä ja pitää pienimmän ämpäriin tyhjillään. Kuinka Jussi voi päästä tavoitteeseensa? Vettä voi kaataa ämpäristä toiseen, mutta kaatamista on jatkettava, kunnes toinen ämpäreistä on täynnä tai tyhjä. Vettä ei saa mistään lisää, ja Jussilla ei ole muita työvälineitä apunaan.

2. Löydät edestäsi laitteen, jossa on rivissä viisi vipua. Vipujen pituudet vasemmalta oikealle ovat 3, 2, 1, 2 ja 3. Kääntämällä vipuja oikeassa järjestyksessä pääset käsiksi salaoven takana olevaan aarteeseen. Aiemmilta seikkailuiltasi olet kerännyt seuraavat vihjeet, jotka auttavat oikean kääntöjärjestyksen selvittämisessä:

- 1) Ensimmäisen vivun vieressä ei ole sitä pidempää vipua.
- 2) Toinen vipu on lyhimmän vivun oikealla puolella.
- 3) Kolmas vipu on lyhyempi kuin mikään tähän asti käännettyistä vivuista.
- 4) Neljäntenä käännettävä vipu ei ole lyhin eikä pisin
- 5) Viimeisen vivun vieressä kummallakin puolella on vipu, ja toinen näistä käännettiin toisena.

Missä järjestyksessä vipuja on käännettävä, jotta salaovi aukeaa?

3.

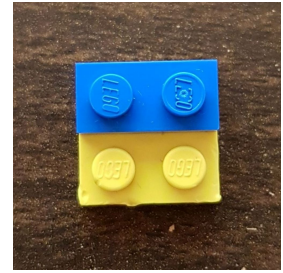
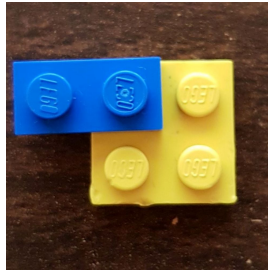
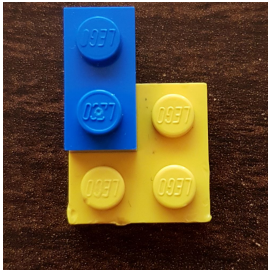
- a) Perustele, onko seuraava väite tosi vai epätosi: Aina kun kahdella monikulmiolla on sama piiri, niillä on myös sama pinta-ala.
- b) Anna esimerkki sellaisesta suorakulmiosta, jonka piiri on yhtä suuri kuin pinta-ala. Yksiköitä ei huomioida.

4. Määritä kaikki sellaiset kokonaisluvut x ja y , että yhtälö

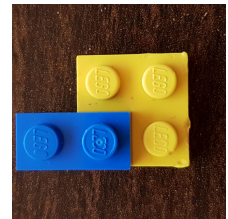
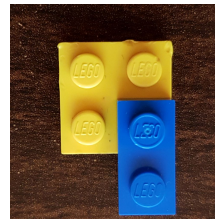
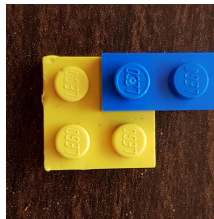
$$xy + x = 23$$

on tosi?

5. Sininen 1×2 -legopalikka voidaan liittää keltaisen 2×2 -legopalikan päälle kolmella eri tavalla:



Eriolaisten liitostapojen lukumäärän laskussa on ajateltu samoiksi sellaiset liitokset, jotka saadaan toisistaan kiertämällä. Esimerkiksi alla olevat tilanteet katsotaan liitostapojen lukumäärää laskiessa samoiksi:



Monellako eri tavalla sininen 1×2 -legopalikka voidaan liittää keltaisen 4×4 -legopalikan päälle, kun kiertämällä toisistaan saadut liitostavat lasketaan samoiksi?

