

OULUN SEUDUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILUN FINAALI 9.4.2022

Muista kirjoittaa ratkaisuihisi riittävästi välivaiheita ja perusteluja!

1.

a) Laske

$$\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{4}{5}$$

b) Laske

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

2. Mikaela on unohtanut kännykkänsä nelinumeroisen PIN-koodin. Hän muistaa, että siinä oli varmasti numerot 3 ja 7, ja että PIN-koodin numerot olivat kasvavassa järjestyksessä. Lisäksi kukin numero esiintyi vain kerran. Montako vaihtoehtoa Mikaelan PIN-koodille on, kun koodin numerot ovat väliltä 0-9?

3. Eräässä viidakossa elää kaksi tiikeriä, musta ja valkoinen. Molemmat saavat ravintonsa kolmen eri eläinlajin, A , B ja C , edustajista. Kumpikin tiikereistä syö täsmälleen yhden eläimen päivässä selvitäkseen. Tiedämme eläinlajien A , B ja C käytöksestä seuraavaa:

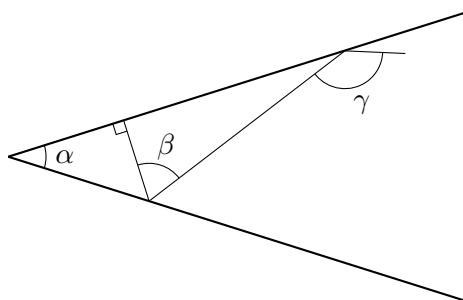
- Jos jonkin eläinlajin edustajista **yksi** tulee syödyksi, laji pysyttelee piilossa **seuraavan päivän**, eivätkä tämän lajin edustajat voi tuolloin tulla syödyksi.
- Jos jonkin eläinlajin edustajista **kaksi** tulee syödyksi samana päivänä, laji pysyttelee piilossa **kaksi seuraavaa päivää**.

Tarkkailemme tiikerien ruokailua viiden päivän ajan. Käytössämme on seuraavat päiväkohtaiset tiedot:

- Ensimmäisenä päivänä musta tiikeri syö lajin A edustajan, ja valkoinen tiikeri syö lajin C edustajan.
- Neljäntenä päivänä laji C ei voi tulla syödyksi, koska se pysyttelee vesisateen vuoksi piilossa.

Jos tiedämme, että tiikerit saavat syödäkseen viiden päivän ajan, minkä lajien edustajia tiikerit syövät viidentenä päivänä?

4. Lasersäde kulkee kahden peilin välissä kuvan osoittamalla tavalla. Tiedetään, että lasersäteen muodostamien kulmien β ja γ puolittajat ovat kohtisuorassa heijastuspintaa vastaan, ja että $\beta + \gamma = 210^\circ$. Määritä kulma α .



5. Määritä luvun $3^{2022} + 5^{2022}$ viimeinen numero. Tässä a^{2022} tarkoittaa tuloa $a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, missä luku a esiintyy 2022 kertaa.