Satakunnan seitsemäsluokkalaisten matematiikkakilpailun finaali 15.5.2023 Ratkaisuita

1.

(a) Laske $1 + 2 + 3 - 4$. (2 pistettä)

(b) Kolmiossa on kaksi yhtä suurta kulmaa ja kolmas kulma on $70°$. Kuinka suuria kaksi muuta kulmaa ovat? (2 pistettä)

(c) Vuonna 2021 suklaalevyn hinta oli 2,80 e. Vuonna 2022 hinta nousi 10%. Kuinka paljon suklaalevy maksoi tämän hinnannousun jälkeen sentin tarkkuudella? (2 pistettä)

Ratkaisu.

(a) **Vastaus:** $1 + 2 + 3 - 4 = 2$

Suoraan laskemalla saadaan $1 + 2 + 3 - 4 = 2 + 4 - 4 = 2$.

(b) **Vastaus:** Kaksi muuta kulmaa ovat $55°$.

Koska kolmion kulmien summa on $180°$, niin kaksi muuta kulmaa ovat

$$(180° - 70°)/2 = 110°/2 = 55°.$$

(c) **Vastaus:** Suklaalevy maksoi 3,08 e hinnannousun jälkeen.

Suklaalevy maksoi hinnannousujen jälkeen

$$2{,}8 \text{ e} \cdot 1{,}1 = 2{,}8 \text{ e} + 2{,}8 \text{ e}/10 = 2{,}8 \text{ e} + 0{,}28 \text{ e} = 3{,}08 \text{ e}.$$

2. Eemeli on unohtanut puhelimensa PIN-koodin. Hän kuitenkin muistaa varmasti, että se on nelinumeroinen, siinä ei esiinny muita numeroita kuin $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, viimeinen numero on 4, ensimmäinen numero on parillinen, seuraava numero on aina edellistä numeroa pienempi ja kahden viimeisen numeron summa on parillinen. Esimerkiksi PIN-koodi **ei** voi olla 6732, sillä tässä viimeinen numero ei ole 4 vaan 2, toinen numero (7) on ensimmäistä (6) suurempi, sekä kahden viimeisen numeron summa $(3 + 2 = 5)$ ei ole parillinen.

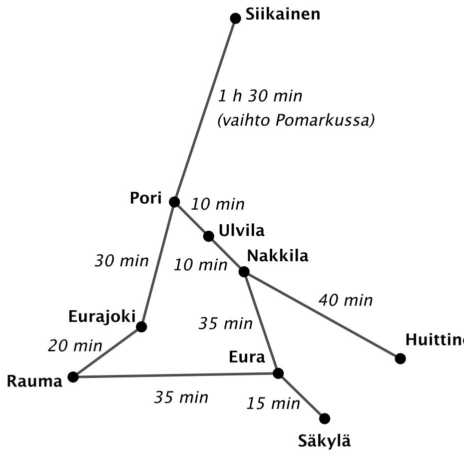
Mikä on Eemelin puhelimen PIN-koodi?

Ratkaisu. Vastaus: PIN-koodi on 8764.

Koska viimeinen numero on 4, niin toiseksi viimeisen numeron on oltava vähintään $4+1 = 5$, kolmanneksi viimeisen numeron vähintään $5 + 1 = 6$ ja ensimmäisen numeron vähintään $6 + 1 = 7$. Koska 8 on ainoa parillinen numero, joka on vähintään seitsemän, ensimmäisen numeron on oltava kahdeksan.

Lisäksi kahden viimeisen numeron summan on oltava parillinen ja koska viimeinen numero on parillinen, niin myös toiseksi viimeisen on oltava. Koska myös toiseksi viimeisen numeron on oltava yli 4, mutta alle 8, niin sen on oltava 6. Siispä toisen numeron on oltava 7, sillä se on ainoa numero, joka on alle 8, mutta yli 6.

3. Kuvassa esitetään yhdeksän Satakunnan kunnan väliset bussiyhteydet: Kunnat ovat pisteitä. Mikäli kahden kunnan välillä on viiva, niiden välillä on bussiyhteys, joka ei kulje minkään muun kuvassa olevan kunnan kautta. Muita bussireittejä kuin kuvaan merkityt, ei näiden kuntien välillä ole. Bussireitin vieressä olevassa luvussa kerrotaan, kuinka kauan bussimatka suunnilleen kestää. Oletetaan myös yksinkertaisuuden vuoksi, että kaikki bussireitit voi kulkea kumpaan suuntaan tahansa sekä meno- ja paluumatkat kestävät yhtä kauan. Esimerkiksi Porista pääsee Raumalle Eurajoen kautta $30 + 20 = 50$ minuutissa, ja vastaavasti Raumalta pääsee Poriin Eurajoen kautta myös 50 minuutissa.



Kahden kunnan välille on päätetty lisätä yksi bussireitti seuraavasti: Se yhdistää kaksi sellaista kuntaa, joiden välillä ei ole nykyisessä kuvassa viivaa. Lisäksi tämä bussireitti ei kulje minkään muun kuvassa olevan kunnan kautta. Minkä tahansa tällaisen reitin lisääminen vähentää kuntien välisen bussimatkan keston 75%:iin nykyisestä lyhyimmästä näiden kuntien välisestä bussimatkasta (mahdollisia vaihtoja ei lasketa mukaan). Esimerkiksi, jos valitut kunnat olisivat Pori ja Rauma, niin niitä yhdistävä bussireitti kestäisi $0{,}75 \cdot 50$ min = 37,5 min. Reitti valitaan edelliset ehdot toteuttavista reiteistä niin, että sen yhdistävien kuntien välisen bussimatkan kesto laskee mahdollisimman paljon. Minkä kahden kunnan väliin reitti lisätään?

Ratkaisu. **Vastaus:** Reitti lisätään välille Siikainen-Säkylä.

Huomataan aluksi, että halutaan valita sellaiset kunnat, joiden välinen lyhin bussimatka kestää mahdollisimman kauan, sillä tällöin myös kesto vähenee mahdollisimman paljon.

Tutkitaan ensin, mitä tapahtuisi, jos Siikainen olisi toinen kunnista. Tällöin toisen kunnan on oltava Säkylä: Nimittäin lyhin reitti Säkylään kulkee Porin, Ulvilan, Nakkilan ja Euran kautta (1 h 30 min + 10 min + 10 min + 35 min + 15 min = 2 h 40 min vs. 1 h 30 min + 30 min + 20 min + 35 min + 15 min = 3 h 10 min Rauman kautta kulkevalla reitillä). Siispä toisen kunnan ei kannata olla Pori, Ulvila, Nakkila tai Eura, sillä näihin pääsee nopeammin kuin Säkylään Siikaisista. Siikainen-Huittinen on myös 10 min Siikainen-Säkylä-reittiä lyhyempi. Lyhyin reitti Siikaisista Raumalla taas vie aikaa korkeintaan 1 h 30 min+ 30 min + 20 min=2 h 20 min eli on lyhyempi kuin edellä mainittu Siikainen-Säkylä-reitti. Näin ollen Siikainen-Säkylä on myös kannattavampi kuin Siikainen-Eurajoki tai Siikainen-Pori. Siispä, jos toinen kunnista on Siikainen, toisen tulee olla Säkylä.

Tapaus, jossa toinen kunnista ei ole Siikainen: Kumpikaan kunnista ei voi olla Pori, Nakkila tai Eura, sillä näistä saataisiin selvästi lisää pituutta reittiin Siikaisten, Huittisten tai Säkylän avulla tai lisäämällä jokin muista naapurikunnista reittiin. On jo huomattu, että lyhin matka Säkylästä Siikaisiin kestää 2 h 40 min sekä kulkee Ulvilan, Nakkilan ja Euran kautta. Siispä myöskään Säkylä-Ulvila tai Säkylä-Nakkila eivät ole optimaalisia valintoja. Koska lyhyin reitti Säkylästä Huittisiin kestää korkeintaan 15 min + 35 min + 40 min = 1 h 30 min sekä lyhyin reitti Säkylä-Eura-Rauma-Eurajoki kestää korkeintaan 15 min + 35 min + 20 min = 1 h 10 min, niin Säkylä ei voi olla toinen kunnista, jos Siikainen ei ole toinen. Huittinen-Nakkila-Ulvila-Pori-Eurajoki-Rauma vie aikaa 1 h 50 min eli jäljelle jääneiden kuntien reitit vievät vähemmän aikaa kuin Siikainen-Säkylä. Siis mikään sellaisista lyhyimmistä reiteistä, joka ei sisältänyt Siikaista, ei ollut Siikainen-Säkylä väliä pidempi. Eli vastaus on Siikainen-Säkylä.

4. Tässä tehtävässä tarkastellaan positiivisten kokonaislukujen numeroiden summia ja tuloja. Esimerkiksi luvun 245 numeroiden summa on $2 + 4 + 5 = 11$ ja numeroiden tulo on $2 \cdot 4 \cdot 5 = 8 \cdot 5 = 40$. Kaikkien yksinumeroisten, kuten luvun 2, numeroiden summa taas on sama kuin tulo –kumpikin on vain luku itse.

Muista perustella molemmissa kohdissa vastauksesi ja esittää kaikki ajatuksesi ja välivaiheesi!

(a) Onko olemassa positiivista kokonaislukua, jonka numeroiden summa on vähintään 2023 kertaa sen numeroiden tulo? (2 pistettä)

(b) Etsi kaikki kaksinumeroiset positiiviset kokonaisluvut, joiden numeroiden tulo on kaksi kertaa niiden numeroiden summa. (4 pistettä)

Ratkaisu.

(a) **Vastaus:** On.

Tarkastellaan esimerkiksi lukua 100. Se on selvästi positiivinen kokonaisluku. Luvun sata numeroiden summa on $1+0+0 = 1$ ja tulo $1 \cdot 0 \cdot 0 = 0$. Koska on $1 > 0 = 2023 \cdot 0$, niin luvun sata numeroiden summa on enemmän kuin 2023 sen numeroiden tulo.

(Vaihtoehtoisesti myös esim. numero, joka koostuu 2023 ykkösestä toteuttaa tämän ehdon, sillä numeroiden summa on 2023, mutta tulo on 1.)

(b) **Vastaus:** Kysytyt luvut ovat 44, 36 ja 63.

Tapa 1: Huomataan aluksi, ettei mikään nollaan päättyvä luku käy, sillä tällöin numeroiden tulo olisi nolla, mutta niiden summa olisi positiivinen. Tutkitaan tehtävää kymmenittäin.

Tarkastellaan ensin lukuja $11 - 19$. Nyt numeroiden tulo on ykkösiä merkitsevä numero. Mutta numeroiden summa kerrottuna kahdella on enemmän kuin kaksi kertaa tämä numero. Siis tässä tapauksessa ei ole yhtään ratkaisua.

Tarkastellaan nyt lukuja $21 - 29$. Nyt numeroiden tulo on kaksi kertaa ykkösiä merkitsevä numero. Mutta kuten edellä on päätelty, kaksi kertaa numeroiden summa on enemmän kuin kaksi kertaa ykkösiä merkitsevä numero. Siis tässäkään tapauksessa ei ole yhtään ratkaisua.

Tarkastellaan seuraavaksi lukuja $31 - 39$. Huomataan, että 36 toteuttaa halutut ehdot, sillä on $3 \cdot 6 = 18 = 2 \cdot (3 + 6)$. Toisaalta, kun ykkösiä merkitsevä numero vähenee yhdellä, niin numeroiden tulo vähenee kolmella, mutta kaksi kertaa numeroiden summa vain kahdella. Siispä yhtäsuuruus ei voi olla voimassa tapauksissa $31, 32, 33, 34, 35$. Vastaavasti, kun ykkösiä merkitsevä numero kasvaa yhdellä, niin tulo kasvaa kolmella, mutta summa vain kahdella. Siispä myöskään luvut $37, 38, 39$ eivät ole ratkaisuita.

Tarkastellaan nyt lukuja $41-49$. Havaitaan luvun 44 olevan ratkaisu, sillä on $4\cdot 4 = 16 = 2\cdot(4+4)$. Vastaavalla tavalla kuin edellisessä kappaleessa voidaan päätellä, ettei tällä välillä ole muita ratkaisuita: Tulo vähenee neljällä, kun ykkösiä merkitsevä numero vähenee yhdellä tai kasvaa neljällä, kun ykkösiä merkitsevä numero kasvaa yhdellä. Vastaavasti summa pienenee tai kasvaa kahdella, joten muita ratkaisuja ei ole tällä välillä.

Nyt vuorossa on lukujen $51-59$ tarkastelu. On $5\cdot 1 = 5$ ja $2\cdot(5+1) = 12$. Kun ykkösiä merkitsevä numero kasvaa yhdellä, niin tulo kasvaa viidellä ja kaksi kertaa numeroiden summa kahdella. Loput tulot ovat siis

$$10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45$$

ja kaksi kertaa lukujen summat

$$14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28$$

(tässä järjestyksessä). Näistä ei löydy samoja tuloksia (20 saadan eri ykkösten numeroilla), joten tässä tapauksessa ei saada yhtään uutta ratkaisua.

Siirrytään lukuihin $61-69$. On jo huomattu, että 36 on yksi ratkaisu, joten myös 63 on. Nyt tulo muuttuu aina -6 tai $+6$, kun ykkösiä merkitsevä numero muuttuu yhdellä ja summa vastaavasti -2 tai $+2$. Siis muita ratkaisuja ei tälle välillä ole.

Välillä $71-79$ tulot ovat

$$7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63$$

ja kaksi kertaa lukujen summat

$$16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32$$

(tässä järjestyksessä). Yhtään ratkaisua ei siis löydy tässä tapauksessa.

Tarkastellaan nyt väliä $81-89$. Nyt tulot ovat

$$8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72$$

ja kaksi kertaa lukujen summat

$$18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34$$

(tässä järjestyksessä). Yhtään ratkaisua ei siis löydy tässäkään tapauksessa.

Jäljellä on enää tapaus $91-99$. Tulot ovat

$$9, 18, 27, 36, 45, 54, 65, 72, 81$$

ja kaksi kertaa lukujen summat

$$20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36$$

(tässä järjestyksessä). Yhtään ratkaisua ei siis löydy tässä viimeisessä tapauksessa.

Tapa 2: Koska numeroiden tulo on kaksi kertaa niiden summa, on tulo parillinen ja ainakin toisen numeroista on oltava parillinen. Tämän numeron on oltava siis $0, 2, 4, 6$ tai 8. Toisaalta numero ei voi olla nolla, sillä tällöin tulo olisi nolla. Kuitenkin numeroiden summa on aina positiivinen. Jäljellä on siis vaihtoehdot $2, 4, 6$ ja 8. Tutkitaan näitä.

Olkoon toinen numero 2. Koska numeroiden tulo on kaksi kertaa numeroiden tulo ja koska edellisen kappaleen nojalla kumpikaan numeroista ei voi olla nolla, niin numeroiden summa on enemmän kuin kaksi kertaa se numero, jota ei ole vielä löydetty. Mutta tämähän on näiden kahden numeron tulo, koska toinen numeroista on kaksi. Siis jos toinen numeroista on kaksi, ei toiselle numerolle ole yhtään vaihtoehtoa. Siis kumpikaan numeroista ei voi olla kaksi.

Tutkitaan nyt tapausta, jossa toinen numeroista on 4. Edellisten kappaleiden perusteella voidaan rajoittua tapauksiin, joissa toinen numeroista on $1, 3, 4, \ldots, 9$. Huomataan, että on

$$\begin{aligned}
&4\cdot 1 = 4 < 10 = 2\cdot(4+1), \quad 4\cdot 3 = 12 < 14 = 2\cdot(4+3), \quad 4\cdot 4 = 16 = 2\cdot(4+4),\\
&4\cdot 5 = 20 > 18 = 2\cdot(4+5), \quad 4\cdot 6 = 24 > 20 = 2\cdot(4+6), \quad 4\cdot 7 = 28 > 22 = 2\cdot(4+7),\\
&4\cdot 8 = 32 > 24 = 2\cdot(4+8), \quad 4\cdot 9 = 36 > 26 = 2\cdot(4+9).
\end{aligned}$$

Näin ollen tässä tapauksessa ainoa ratkaisu on 44.

Tarkastellaan tapausta, jossa toinen numero on 6. Toinen numero saattaa siis olla $1, 3, 5, 6, 7, 8$ tai 9 edellisten kappaleiden nojalla. Huomataan, että $6\cdot 1 = 6 < 14 = 2\cdot(1+6)$ ja $3\cdot 6 = 18 = 2\cdot(3+6)$. Siis toinen numero ei voi olla yksi ja luvut 36 ja 63 käyvät ratkaisuksi. Lisäksi huomataan, että kun toinen numero kasvaa yhdellä, niin tulo kasvaa kuudella, mutta summa vain kahdella (vrt. edellisessä kappaleessa olevat laskut). Siispä numeron kolme jälkeen ei voi enää kertaakaan olla yhtäsuuruutta. Kaikki tämän tapauksen vaihtoehdot on siis löydetty.

Jäljellä on vielä tutkia tapaus, jossa toinen numero on 8. Edellisten kappaleiden nojalla riittää tutkia tapaukset, joissa toinen numero on $3, 5, 7, 8$ tai 9. Huomataan, että $8 \cdot 3 = 24 > 22 = 2 \cdot (3 + 8)$. Mutta nyt, kun toinen numero kasvaa yhdellä, kasvaa tulo kahdeksalla, mutta summa vain kahdella. Näin ollen missään kohtaa tulo ei voi olla yhtä suuri kuin tulo, kun toinen numero on kahdeksan.

Tapa 3: Tehdään aluksi sama havainto kuin tavan 2 ensimmäisessä kappaleessa. Ratkaistaan tehtävä tutkimalla eri tapauksia. Olkoon x kussakin tapauksessa mahdollinen toinen numero.

Jos toinen numero on 2, on oltava $2x = 2 \cdot (2 + x)$ eli $x = 2 + x$, mikä on toisin kirjoitettuna $0 = 2$, mikä on mahdotonta. Siis tässä tapauksessa ei ole ratkaisuita.

Jos toinen numero on 4, niin saadaan yhtälö $4x = 2 \cdot (4 + x)$ eli $2x = 4 + x$, mikä voidaan kirjoittaa muodossa $x = 4$. Tässä tapauksessa ainoa ratkaisu on siis 44.

Jos toinen numero on 6, niin tarkasteltava yhtälö on $6x = 2 \cdot (6 + x)$. Tämä on yhtäpitävä yhtälön $3x = 6 + x$ kanssa eli $2x = 6$, mikä tarkoittaa, että $x = 3$. Saadaan ratkaisut 36 ja 63.

Jos taas toinen numero on 8, niin yhtälö on $8x = 2 \cdot (8 + x)$ eli $4x = 8 + x$. Tämä on yhtäpitävästi $3x = 8$ eli $x = 8/3$. Koska $8/3$ ei ole kokonaisluku, ei löydetä sellaista kaksinumeroista kokonaislukua, joka toteuttaisi halutun ehdon ja jossa 8 olisi toinen numero.

Tapa 4: Tehdään aluksi sama havainto kuin tavan 2 ensimmäisessä kappaleessa. Ratkaistaan tehtävä tutkimalla eri tapauksia. Tehdään kuitenkin ensin eräs lisähuomio: Olkoon x toinen numeroista. Nyt x jakaa numeroiden tulon. Koska numeroiden tulo on yhtä suuri kuin numeroiden summa kerrottuna kahdella, niin luvun x on jaettava numeroiden summa kerrottuna kahdella. Lisäksi, koska selvästi x jakaa luvun $2x$, niin luvun x täytyy jakaa toinen numero (ei x) kerrottuna kahdella.

Jos nyt toinen numero on 2, niin toisen numeron on siis jaettava $2 \cdot 2 = 4$ eli sen on oltava $1, 2$ tai 4. Tutkitaan nämä vaihtoehdot:

$$1 \cdot 2 = 2 < 6 = 2 \cdot (2 + 1), \quad 2 \cdot 2 = 4 < 8 = 2 \cdot (2 + 2), \quad 4 \cdot 2 = 8 < 12 = 2 \cdot (2 + 4).$$

Siis tässä tapauksessa ei ole yhtään ratkaisua.

Jos toinen numeroista on 4, niin toisen numeron on jaettava luku $2 \cdot 4 = 8$. Siis toisen numeron on oltava $1, 2, 4$ tai 8. Toisaalta toinen numero ei voi olla 2 edellisen kappaleen nojalla. Näistä saadaan

$$4 \cdot 1 = 4 < 10 = 2 \cdot (4 + 1), \quad 4 \cdot 4 = 16 = 2 \cdot (4 + 4), \quad 4 \cdot 8 = 32 > 24 = 2 \cdot (4 + 8).$$

Siis on löydetty yksi ratkaisu, 44.

Jos toinen numeroista on 6, niin toisen numeron on siis jaettava luku $2 \cdot 6 = 12$. Siis toinen numero on $1, 2, 3, 4$ tai 6. Edellisen kahden kappaleen nojalla vain vaihtoehdot $1, 3$ ja 6 ovat mahdollisia. Saadaan

$$1 \cdot 6 = 6 < 14 = 2 \cdot (1 + 6), \quad 3 \cdot 6 = 18 = 2 \cdot (3 + 6), \quad 6 \cdot 6 = 36 > 24 = 2 \cdot (6 + 6).$$

Näin on löydetty ratkaisut 36 ja 63.

On vielä tarkasteltava tapaus, jossa toinen numeroista on 8. Nyt toisen numeron on jaettava luku $2 \cdot 8 = 16$ eli toisen numeron on oltava $1, 2, 4$ tai 8. Edellisten kappaleiden nojalla riittää tutkia vain tapauksia, joissa toinen numero on 1 tai 8. Näissä saadaan

$$1 \cdot 8 = 8 < 18 = 2 \cdot (1 + 8), \quad 8 \cdot 8 = 64 > 32 = 2 \cdot (8 + 8).$$

Näin ollen toinen numero ei voi olla kahdeksan.

Tapa 5: Tutkitaan, miltä tarkasteltavat luvut voivat näyttää. Huomataan aluksi, ettei mikään nollaan päättyvä luku käy, sillä tällöin numeroiden tulo olisi nolla, mutta niiden summa olisi positiivinen. Lisäksi huomataan, ettei luvun kumpikaan numero voi olla 1, sillä tällöin numeroiden tulo on luvun toinen numero. Mutta numeroiden summa kerrottuna kahdella on enemmän kuin kaksi kertaa tämä numero. Toinen numeroista ei voi olla myöskään kaksi, sillä tällöin tulo olisi kaksi kertaa toinen numero, mutta numeroiden summa kerrottuna kahdella olisi suurempi. Lisäksi havaitaan, että kaksinumeroisen positiivisen kokonaisluvun numeroiden summa on korkeintaan $9 + 9 = 18$. Näin ollen numeroiden tulo voi olla korkeintaan $2 \cdot 18 = 36$. Tämä tarkoittaa, etteivät myöskään luvut $58 - 59, 67 - 69, 76 - 79, 85 - 89, 95 - 99$ voi olla tehtävän ratkaisuja.

Huomataan myös, että vähintään toisen numeroista on oltava parillinen, jotta tulo on parillinen. Lisäksi havaitaan, että numeroiden summa ja tulo ovat samat riippumatta siitä, miten päin numerot ovat. Riitää siis tutkia lukuja $34, 36, 38, 44 - 49, 56$ ja 66

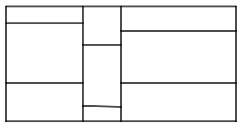
On

$$
\begin{aligned}
&3 \cdot 4 = 12 < 14 = 2 \cdot (3 + 4), \quad 3 \cdot 6 = 18 = 2 \cdot (3 + 6), \quad 3 \cdot 8 = 24 > 22 = 2 \cdot (3 + 8)\\
&4 \cdot 4 = 16 = 2 \cdot (4 + 4), \quad 4 \cdot 5 = 20 > 18 = 2 \cdot (4 + 5), \quad 4 \cdot 6 = 24 > 20 = 2 \cdot (4 + 6)\\
&4 \cdot 7 = 28 > 22 = 2 \cdot (4 + 7), \quad 4 \cdot 8 = 32 > 24 = 2 \cdot (4 + 8), \quad 4 \cdot 9 = 36 > 26 = 2 \cdot (4 + 9)\\
&5 \cdot 6 = 30 > 22 = 2 \cdot (5 + 6), \quad 6 \cdot 6 = 36 > 24 = 2 \cdot (6 + 6).
\end{aligned}
$$

Näin ollen ainoat ratkaisut ovat 36, 63 ja 44.

5. Kuvan ison suorakulmion kanta on kaksi kertaa sen korkeuden pituinen. Lisäksi iso suorakulmio on jaettu yhdeksään pieneen suorakulmioon, joiden sivut ovat yhdensuuntaiset ison suorakulmion sivujen kanssa. Näiden yhdeksän pienemmän suorakulmion piirien summa on 90 cm.

Mikä on ison suorakulmion pinta-ala?



Ratkaisu. **Vastaus:** Ison suorakulmion pinta-ala on 50 cm^2.

Koska pienten suorakulmioiden sivut ovat yhdensuuntaiset ison suorakulmion sivujen kanssa, niin kolmen vaakasuunnassa vierekkäisen suorakulmion kantojen summa on yhtä pitkä kuin ison suorakulmion kanta. Vastaavasti kolmen pystysyynnassa allekkain olevan suorakulmion korkeuksien summa on yhtä pitkä kuin ison suorakulmion korkeus.

Näin ollen, kun lasketaan yhdeksän suorakulmion piirien summa, lasketaan kuusi kertaa ison suorakulmion kanta ja kuusi kertaa ison suorakulmion korkeus. (On huomattava, että osa kuvissa olevista janoista lasketaan kahdesti, koska ne ovat kahden pienemmän suorakulmion sivuja.) Näin ollen ison suorakulmion kannan ja korkeuden summa on 90 cm/6 = 15 cm.

Koska ison suorakulmion kanta on kaksi kertaa suorakulmion korkeus, niin ison suorakulmion korkeus on 15 cm/3 = 5 cm ja kanta $2 \cdot 5$ cm = 10 cm. Näin ollen ison suorakulmion pinta-ala on 5 cm$\cdot$10 cm = 50 cm^2.